اختبـــار 1



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ ضعف العدد $٢^{٢٠}$ يساوى ....

أ $٢^{١٠}$ ب $٢^{١٩}$ ج $٢^{٢١}$ د $٤^{٢٠}$

٢ $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{-٢} =$ ....

أ $\frac{٢٥}{٩}$ ب $\frac{-٢٥}{٩}$ ج $\frac{-٩}{٢٥}$ د $\frac{٩}{٢٥}$

٣ $(-٤)^{\text{صفر}} =$ ....

أ ٤ ب −٤ ج ١ د −١

٢ أوجد فى أبسط صورة : $\frac{س^{-٢} \times س^{٧}}{س^{٣}}$ حيث $س \neq$ صفر (درجتان)

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : $س = ٢$

اختبـــار 2



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} =$ ....

أ ١٢ ب ٤٨ ج $٤^{٤}$ د $٤^{١٢}$

٢ إذا كان : $س = \frac{١}{٢}$ فإن : $س^{-٣} =$ ....

أ $\frac{١}{٨}$ ب $\frac{١}{٦}$ ج ٨ د ٦

٣ $٠,٠٢٧ = \left(\frac{٣}{١٠}\right)^{.......}$

أ ٤ ب ٣ ج ٢ د ١

٢ أوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار : $\frac{٣^{-٢} \times ٣^{٧}}{٣^{-٣} \times ٣^{٦}}$ (درجتان)


الدرجة
5

اختبـــار 3

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ ثلاثة أمثال العدد $٣^{٤}$ يساوى ....

(أ) $٣^{١٢}$ (ب) $٩^{٤}$ (جـ) $٣^{٥}$ (د) $٩^{١٢}$

٢ المعكوس الجمعى للعدد $(-٢)^{٣}$ هو ....

(أ) ٨ (ب) -٨ (جـ) $\frac{-١}{٨}$ (د) $\frac{١}{٦}$

٣ إذا كان : أ = $٥^{س}$ ، ب = $٥^{-س}$ فإن : أ × ب = ...

(أ) $٥^{٢س}$ (ب) $٢٥^{٢س}$ (جـ) صفر (د) ١

٢ إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ (درجتان)

فأوجد قيمة : ٤ $س^{٢}$ + ٢٧ $ص^{٣}$


الدرجة
5

اختبـــار 4

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ = ...

(أ) ٥٠ ٪ (ب) ١٢,٥ ٪ (جـ) ٣٧,٥ ٪ (د) ١٢,٥

٢ $س^{٩}$ ÷ $س^{-٦}$ = ... حيث س ≠ صفر

(أ) $س^{-٣}$ (ب) $س^{٣}$ (جـ) $س^{-١٥}$ (د) $س^{١٥}$

٣ إذا كان : $أ^{٢٦}$ + $أ^{٢٧}$ = صفر فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٢ (د) -٢

٢ اختصر لأبسط صورة : $\frac{(-٤ أ^{٣} ب^{٤})^{٢}}{(-٢ أ ب^{٢})^{٤}}$ حيث أ ب ≠ صفر (درجتان)

ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كانت : أ = ٢ ، ب = ١

اختبـــار 5

الدرجة .... / ٥

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ $٢ \text{س}^{-٣} = \frac{٢}{\dots\dots}$

(أ) $\text{س}^{-٣}$ (ب) $\text{س}^{٣}$

(جـ) $\text{س}^{٢}$ (د) $\text{س}^{-٢}$

٢ إذا كان : س = ص فإن : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{\text{س} - \text{ص}} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) $\frac{٣}{٥}$

(جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) ١

٣ $(٠,\dot{٣})^{-١} + (٠,\dot{٣})^{-١} + (٠,\dot{٣})^{-١} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) ٠,٩ (ب) −٠,٩

(جـ) $\frac{١}{٩}$ (د) ٩

---

٢ احسب قيمة : $\frac{(١٠)^{٤} \times (٠,٠٠١)^{٢}}{(١٠)^{-٣}}$ (درجتان)

اختبـــار 1



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٨

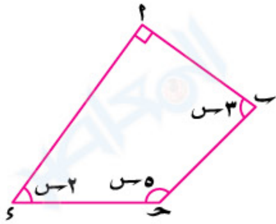
٢ قياس زاوية الثمانى المنتظم يساوى ....

(أ) ١٠٨° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٣٥° (د) ١٤٤°

٣ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

٢ فى الشكل المقابل : (درجتان)



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ أ) = ٩٠° ، ق (∠ ب) = ٣ س

، ق (∠ جـ) = ٥ س ، ق (∠ ء) = ٢ س

أوجد : قيمة س

اختبـــار 2



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأى مضلع محدب يساوى ....

(أ) ٧٢٠° (ب) ٣٦٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

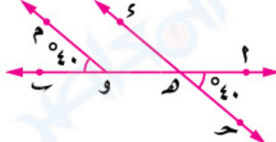
٢ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = ...

(أ) ن × ١٨٠° (ب) (ن − ٢) × ١٨٠° (جـ) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$ (د) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{٢ ن}$

٣ قياس زاوية الخماسى المنتظم يساوى ....

(أ) ١٣٥° (ب) ٥٤٠° (جـ) ١٠٨° (د) ١١٠°

٢ فى الشكل المقابل : (درجتان)



$\overleftrightarrow{أ ب} \cap \overleftrightarrow{جـ ء} = \{هـ\}$ ، و $\in \overleftrightarrow{أ ب}$

، ق (∠ م و ب) = ٤٠° ، ق (∠ أ هـ جـ) = ٤٠°

١ **أوجد بالبرهان :** ق (∠ ء هـ و) ٢ **أثبت أن :** $\overleftrightarrow{ء جـ} \parallel \overleftrightarrow{و م}$



اختبـــار 3

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ١٣٥° فإن عدد أضلاعه يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٨

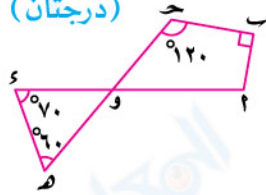
٢ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس ....

(أ) متناظرتان. (ب) متساويتان فى القياس. (جـ) متبادلتان. (د) داخلتان.

٣ المضلع المقعر يحوى زاوية .... على الأقل.

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

٢ فى الشكل المقابل : (درجتان)



$\overleftrightarrow{أء} \cap \overline{جـهـ} = \{و\}$ ، ق (∠ب) = ٩٠°

، ق (∠جـ) = ١٢٠° ، ق (∠هـ) = ٦٠° ، ق (∠ء) = ٧٠°

أوجد : ق (∠أ)



اختبـــار 4

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

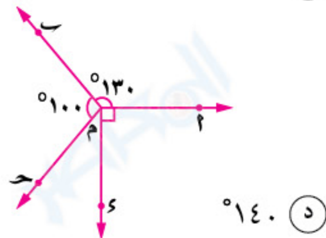
١ مضلع منتظم قياس إحدى زواياه الخارجة ٤٠° فإن عدد أضلاعه ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٩

٢ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ١٠ أضلاع يساوى ....

(أ) ٧٢° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٤٤° (د) ١٥٠°

٣ فى الشكل المقابل :

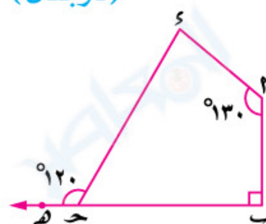


إذا كان : ق (∠أ م ب) = ١٣٠° ، ق (∠ب م جـ) = ١٠٠°

، ق (∠أ م ء) = ٩٠° فإن : ق (∠جـ م ء) = ...

(أ) ٣٦٠° (ب) ٣٢٠° (جـ) ٤٠° (د) ١٤٠°

٢ فى الشكل المقابل : (درجتان)



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ب) = ٩٠° ، ق (∠أ) = ١٣٠°

، ق (∠ء جـ هـ) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ء)

اختبـــار 5

الدرجة
....
٥

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٣ درجات)

١ المضلع الذى مجموع قياسات زواياه الداخلة يساوى مجموع قياسات زواياه الخارجة هو ....

(أ) الثلاثى. (ب) الرباعى.

(جـ) الخماسى. (د) السداسى.

٢ قياس زاوية السداسى المنتظم الداخلة يساوى ....

(أ) ٦٠° (ب) ١٠٨°

(جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

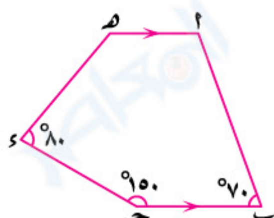
٣ مضلع منتظم طول ضلعه ٥ سم وقياس زاويته الداخلة ١٤٤° فإن محيطه يساوى .... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٥

(جـ) ٥٠ (د) ٦٠

---

٢ فى الشكل المقابل : (درجتان)



$\overline{أهـ}$ // $\overline{بجـ}$ ، ق (∠ب) = ٧٠°

، ق (∠جـ) = ١٥٠°

، ق (∠ء) = ٨٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠هـ)

إجابة اختبار 1

١ (١) ج (٢) أ (٣) ج

٢ $\frac{س^{-٢} \times س^{٧}}{س^{٣}} = \frac{س^{-٢ + ٧}}{س^{٣}} = \frac{س^{٥}}{س^{٣}} = س^{٥ - ٣} = س^{٢}$

القيمة العددية للناتج = $٢^{٢} = ٤$

إجابة اختبار 2

١ (١) ج (٢) ج (٣) ب

٢ $\frac{٣^{-٢} \times ٣^{٧}}{٣^{-٣} \times ٣^{٦}} = \frac{٣^{-٢ + ٧}}{٣^{-٣ + ٦}} = \frac{٣^{٥}}{٣^{٣}} = ٣^{٥ - ٣} = ٣^{٢} = ٩$

إجابة اختبار 3

١ (١) ج (٢) أ (٣) د

٢ $٤\ س^{٢} + ٢٧\ ص^{٣} = ٤ \times \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٢} + ٢٧ \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = ٤ \times \frac{١}{٤} + ٢٧ \times \frac{٨}{٢٧} = ١ + ٨ = ٩$

إجابة اختبار 4

١ (١) ب (٢) د (٣) ب

٢ $\frac{(-٤\ أ^{٣} ب^{٤})^{٢}}{(-٢\ أ\ ب^{٢})^{٤}} = \frac{(-٤)^{٢} \times أ^{٣ \times ٢} \times ب^{٤ \times ٢}}{(-٢)^{٤} \times أ^{٤} \times ب^{٢ \times ٤}} = \frac{١٦\ أ^{٦} ب^{٨}}{١٦\ أ^{٤} ب^{٨}} = أ^{٦ - ٤} = أ^{٢}$

القيمة العددية للناتج = $٢^{٢} = ٤$

إجابة اختبار 5

١ (١) ب (٢) د (٣) د

٢ $\frac{(١٠)^{٤} \times (١٠^{-٣})^{٢}}{(١٠)^{-٣}} = \frac{(١٠)^{٤} \times (١٠)^{-٦}}{(١٠)^{-٣}} = (١٠)^{٤ - ٦ + ٣} = ١٠$

إجابة اختبار 1

١ ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د)

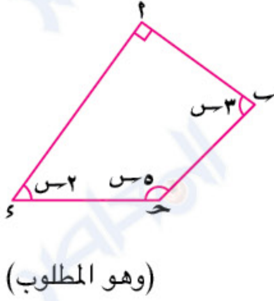
٢ ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل أ ب حـ ء = ٣٦٠°

∴ ٣ س + ٥ س + ٢ س + ٩٠° = ٣٦٠°

∴ ١٠ س + ٩٠° = ٣٦٠°

∴ ١٠ س = ٣٦٠° − ٩٠° = ٢٧٠°

∴ س = $\frac{٢٧٠°}{١٠}$ = ٢٧° (وهو المطلوب)



إجابة اختبار 2

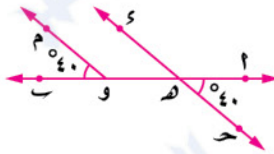
١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ)

٢ ∵ $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{حـء}$ = {هـ}

∴ ق (∠ء هـ و) = ق (∠أ هـ حـ) = ٤٠° (بالتقابل بالرأس) (المطلوب أولًا)

∴ ق (∠ء هـ و) = ق (∠م و ب) = ٤٠° وهما فى وضع تناظر

∴ $\overleftrightarrow{ءحـ}$ // $\overleftrightarrow{وم}$ (المطلوب ثانيًا)



إجابة اختبار 3

١ ١ (د) ٢ (ب) ٣ (د)

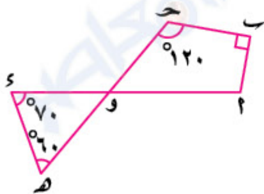
٢ فى Δ ء و هـ : ق (∠ء و هـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٦٠°) = ٥٠°

، ∵ $\overline{أء} \cap \overline{حـهـ}$ = {و}

∴ ق (∠أ و حـ) = ق (∠ء و هـ) = ٥٠° (بالتقابل بالرأس)

، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل أ ب حـ و = ٣٦٠°

∴ ق (∠أ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ١٢٠° + ٥٠°) = ١٠٠° (وهو المطلوب)



إجابة اختبار 4

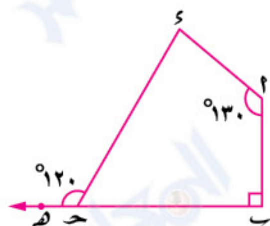
١ (١) د (٢) جـ (٣) جـ

٢ ∵ هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل أ ب حـ ء = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ء) = ٣٦٠° − (٦٠° + ٩٠° + ١٣٠°) = ٨٠°



(وهو المطلوب)

إجابة اختبار 5

١ (١) ب (٢) جـ (٣) جـ

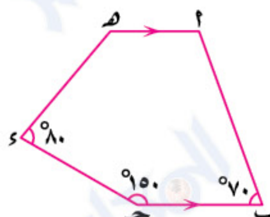
٢ ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ ب) = ١٨٠° (داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى أ ب حـ ء هـ = (٥ − ٢) × ١٨٠°

= ٥٤٠°



∴ ق (∠ هـ) = ٥٤٠° − (١١٠° + ٧٠° + ١٥٠° + ٨٠°) = ١٣٠°

(وهو المطلوب)

تمارين 1

على الضرب المتكرر فى ن



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ احسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

١ $\left(\frac{١}{٣}\right)^{٤}$ | ٢ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ | ٣ $\left(-\frac{١}{٧}\right)^{٣}$

٤ $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٤}$ | ٥ $\left(\frac{٥}{٩}\right)^{\text{صفر}}$ | ٦ $\left(-٢\frac{١}{٢}\right)^{٣}$

٧ $(٠,٠٤)^{٢}$ | ٨ $(١,٥)^{٣}$ | ٩ $(-٢,٣)^{٢}$

٢ أوجد قيمة كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

١ $٨ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ | ٢ $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٢} \times \frac{٨}{٢٧}$

٣ $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٣} \times \left(-\frac{٢٥}{٢٧}\right)$ | ٤ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} \div \left(-\frac{٩}{١٢٥}\right)$

٥ $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$ | ٦ $\left(-\frac{٥}{٦}\right)^{٢} \div ٣\frac{٣}{٤}$

٧ $\left(٢\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٤}{٢٥}$ | ٨ $٢\frac{٧}{٩} \div \left(-١\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

٣ أوجد قيمة كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

١ $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٢} \times \frac{٥}{١٦} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{صفر}}$ | ٢ $\frac{٣}{٤} \times \left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

٣ $\left(-\frac{٥}{٣}\right)^{٤} \times \left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٣} \times (-١)^{٧}$ | ٤ $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} \div \left(-\frac{٢}{٩}\right)^{٢}$

٥ $\left[\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} \div \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}\right] \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣}$ | ٦ $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \div \left[٨ \times \left(-\frac{١}{٢}\right) \times \frac{٣}{٤}\right]$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الضربى للعدد $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{\text{صفر}}$ هو ....

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) $-\frac{٢}{٥}$ (جـ) ١ (د) صفر

[٢] المعكوس الجمعي للعدد $(-٣)^{صفر}$ هو ....

(أ) ١ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) $-(٣)^{صفر}$

[٣] المعكوس الضربي للعدد $(-١)^{٣}$ هو ....

(أ) $(-١)^{٣}$ (ب) $(-١)^{٢}$ (جـ) $١^{٣}$ (د) $١^{٢}$

[٤] المعكوس الجمعي للعدد $\left(-\frac{٢}{٥}\right)^{٢}$ هو ....

(أ) $\frac{٤}{٢٥}$ (ب) $-\frac{٤}{٢٥}$ (جـ) $\frac{٢٥}{٤}$ (د) $-\frac{٢٥}{٤}$

[٥] $\left(\frac{١}{٤}\right)^{صفر} + \frac{١}{٤} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{٢}{٤}$

[٦] $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{صفر} =$ ....

(أ) $\frac{٥}{٣}$ (ب) $\frac{٢٥}{٩}$ (جـ) صفر (د) ١

[٧] إذا كان : س = ص فإن : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س - ص} =$ ....

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) ١ (د) صفر

[٨] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} \times \frac{ب^{٢}}{أ^{٢}} =$ .... (حيث أ ≠ صفر ، ب ≠ صفر)

(أ) أ ب (ب) $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٤}$ (جـ) $(أ ب)^{صفر}$ (د) $\frac{أ}{ب}$

[٩] إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = ٣ فإن : $س^{ص} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $-\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $-\frac{١}{٦}$

[١٠] إذا كان : $ص^{٢٦} + ص^{٢٧} =$ صفر فإن : ص = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٢ (د) -٢

٥ أكمل ما يأتى :

١ $\frac{٨}{٢٧} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{.....}$

٢ $\frac{٩}{١٦} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{.....}$

٣ $-\frac{٦٤}{١٢٥} = \left(-\frac{٤}{٥}\right)^{.....}$

٤ $٢\frac{١}{٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{.....}$

٥ $٠,٠٢٧ = \left(\frac{٣}{١٠}\right)^{.....}$

٦ $٦٤\% = \left(\frac{٤}{٥}\right)^{.....}$

٧ إذا كان : $\frac{س}{ص} = -\frac{٢}{٥}$ فإن : $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٣} =$ ....

٨ إذا كان : $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{٢}{٣}$ فإن : $س^{٢} ص^{٢} =$ ....

٩ 📖 $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} - \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٢} =$ ....

١٠ $٢^{٢} + ٢^{٢} = ٢^{.....}$

١١ $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٢٧}{٦٤}$ ، .... ، .... (بنفس التسلسل).

١٢ العدد الأكبر فى العددين $\left(\frac{١}{٤}\right)^{٢}$ ، $\left(-\frac{٨}{٣}\right)^{٥}$ هو ....

---

٦ إذا كان : $س = -\frac{٢}{٣}$ ، $ص = -\frac{١}{٣}$

فأوجد قيمة : $س^{٢} + ص^{٣}$ «$\frac{١١}{٢٧}$»

---

٧ إذا كان : $أ = \frac{٢}{٣}$ ، $ب = -\frac{٤}{٣}$

فأوجد قيمة : $|أ^{٣} \div ب^{٣}|$ «$\frac{١}{٨}$»

---

٨ إذا كان : $س = ٠,٥$ ، $ص = -\frac{٢}{٣}$ ، $ع = -٣$

فأوجد قيمة : $٩ س ص^{٢} - ع^{٣}$ «٢٩»

---

٩ 📖 إذا كان : $أ = -\frac{١}{٢}$ ، $ب = ٢$ ، $ح = \frac{٣}{٤}$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٢} ح - ٨ أ ب ح$ «$٨\frac{١}{٢}$»

١٠ إذا كانت : $س = -\frac{٣}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{٢}$ ، $ع = -\frac{٤}{٣}$

فأوجد فى أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

١ $س^٢ ص^٢ ع^٢$ « ١ »

٢ $س^٢ \div ع^٢$ « $\frac{٨١}{٦٤}$ »

٣ $س^٢ - ص ع^٢$ « $\frac{٤٩}{٣٦}$ »

٤ $\frac{س^٢ ص^٢ ع^٢}{س + ص}$ « -١ »

تطبيق هندسى

١١ إذا كان : $ح = ل^٣$ حيث ح حجم المكعب ، ل طول حرف المكعب فاحسب حجم المكعب الذى طول حرفه $١\frac{١}{٢}$ سم « $\frac{٢٧}{٨}$ سم^٣ »

للمتفوقين

١٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $ص = \left(\frac{١}{٢}\right)^{س}$ حيث $س \in \{٠ ، ١ ، ٢ ، ٣\}$

فإن ص تأخذ أكبر قيمة عندما س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت : $ص = \left(-\frac{٢}{٥}\right)^{س}$ حيث $س \in \{٠ ، ١ ، ٣ ، ٤\}$

فإن ص تأخذ أقل قيمة عندما س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٤

١٣ بدون فك رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًا :

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^٢$ ، $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^٣$ ، $\left(-\frac{١}{٣}\right)^٢$ ، $\left(-\frac{١}{٣}\right)^٣$

تمارين 2

على القوى الصحيحة غير السالبة


اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ احسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

١ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$ | ٢ $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$ | ٣ $\frac{١}{٥} \times \left(-\frac{١}{٥}\right)^{٤}$

٤ $\left(\frac{١}{٦}\right)^{٩} \div \left(\frac{١}{٦}\right)^{٨}$ | ٥ $\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٥} \div \left(\frac{٢}{٧}\right)^{٣}$ | ٦ $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٧} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥}$

٧ $\left(-\frac{٥}{٢}\right)^{٢} \div ٢\frac{١}{٢}$ | ٨ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ | ٩ $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٨} \div \left(\frac{٤}{٥}\right)^{٦} \times \frac{٤}{٥}$

---

٢ أوجد كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $\frac{٣^{٧} \times ٣^{٣}}{٣^{٦}}$ | ٢ $\frac{٢^{٦} \times ٢}{٢^{٣} \times ٢^{٤}}$ | ٣ $\frac{(-٥)^{٤} \times ٥^{٢}}{٥^{٣}}$

٤ $\frac{(-٢)^{٥} \times ٢^{٤}}{(-٢)^{٣} \times ٢^{٢}}$ | ٥ $\frac{(-٣)^{٥} \times (-٢)^{٧}}{(-٣)^{٣} \times (-٢)^{٥}}$ | ٦ $\frac{س^{٤} \times ص^{٣} \times س^{٥}}{س^{٦} \times ص^{٢}}$

---

٣ أوجد كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $\left(\frac{أ ب}{جـ}\right)^{٥}$ | ٢ $\left(\frac{٥ س}{٣ ص}\right)^{٢}$ | ٣ $\left(-\frac{٢ أ ب}{٣ جـ}\right)^{٤}$

٤ $\left(\frac{س^{٢}}{ص^{٣}}\right)^{٢}$ | ٥ $\left(\frac{أ^{٣} ب^{٢}}{جـ^{٥}}\right)^{٣}$ | ٦ $\left(-\frac{جـ^{٢}}{ء}\right)^{٣}$

٧ $\left(-\frac{س^{٣}}{ص^{٢}}\right)^{٢}$ | ٨ $\frac{(٤ س^{٣} ص^{٢})^{٧}}{(٢ س^{٢} ص)^{٧}}$ | ٩ $\frac{(٢ أ)^{٣} \times (٢ أ)^{٤}}{(-٢ أ)^{٦} \times أ}$

٤ احسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

١ $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٢}$ ٢ $\left(\left(-\frac{٣}{٢}\right)^{٢}\right)^{٥}$ ٣ $\left(\left(٢\frac{١}{٢}\right)^{٣}\right)^{٢}$

٤ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{١٠} \times \left(\frac{٥}{٣}\right)^{١٠}$ ٥ $\left(\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{٧}{٢}\right)^{٦}$ ٦ $\left(٢\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(-\frac{٢}{٥}\right)^{٢}$

٥ اختر للعمود (أ) ما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ $(س^{٢})^{ن}$	(أ) $س^{ن^{٢}}$
٢ $(س^{ن})^{ن}$	(ب) $\frac{٣\,م^{ح}}{٢\,ن^{ح}}$
٣ $(س\,ص^{أ})^{ب}$	(جـ) $٢٧\,س^{٣أ}$
٤ $\left(\frac{س}{ص^{أ}}\right)^{ب}$	(د) $\frac{٣^{ح}\,م^{ح}}{٢^{ح}\,ن^{ح}}$
٥ $(-٣\,س^{أ})^{٣}$	(هـ) $س^{٢ن}$
٦ $(٣\,س^{أ})^{٣}$	(و) $-٢٧\,س^{٣أ}$
٧ $\frac{٣}{٢}\left(\frac{م}{ن}\right)^{ح}$	(ز) $\frac{ن^{ب}}{ص^{أب}}$
٨ $\left(\frac{٣\,م}{٢\,ن}\right)^{ح}$	(ح) $س^{ب}\,ص^{أب}$
	(ط) $\frac{س^{ب}}{ص^{أب}}$
	(ى) $س\,ص^{أب}$

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $٣^{٢} \times ٣^{٥} =$ ....

(أ) $٣^{٧}$ (ب) $٣^{٣}$ (جـ) $٣^{١٠}$ (د) $٣^{٥٢}$

٢ $٥^{٢} + ٥^{٢} =$ ....

(أ) $١٠^{٢}$ (ب) $١٠^{٤}$ (جـ) $٥^{٤}$ (د) ٥٠

[٣] $٣^{٥} \times ٢^{٥} = \text{..............}$

(أ) $٥^{١٠}$ (ب) $٦^{١٠}$ (جـ) $٦^{٥}$ (د) $٦^{٢٥}$

[٤] $(٥ \, أ)^{صفر} = \text{..............}$ ، $أ \neq ٠$

(أ) ٥ (ب) أ (جـ) ٥ أ (د) ١

[٥] $٣^{(٢^{٣})} = \text{..............}$

(أ) $٣^{٦}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٨}$ (د) $٣^{٣٢}$

[٦] $(٥^{٢})^{٣} = \text{..............}$

(أ) $٥^{٦}$ (ب) $٥^{٥}$ (جـ) $٥^{٣٢}$ (د) ٥

[٧] $٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠} = \text{..............}$

(أ) $٣^{١٠}$ (ب) $٣^{٣٠}$ (جـ) $٩^{١٠}$ (د) $٣^{١١}$

[٨] $٤^{س} + ٤^{س} + ٤^{س} + ٤^{س} = \text{..............}$

(أ) $٤^{س}$ (ب) $٤^{٤ س}$ (جـ) $٤^{س + ١}$ (د) $٤ \, س^{٤}$

[٩] $\frac{(٣^{٢})^{٥}}{(٣^{٥})^{٢}} = \text{..............}$

(أ) $٣^{١٠}$ (ب) $٣^{٥٢}$ (جـ) $٣^{٢٥}$ (د) ١

[١٠] $\frac{(س^{٢})^{٣}}{س^{٣}} = \text{..............}$ ، $س \neq ٠$

(أ) $س^{٦}$ (ب) $س^{٢}$ (جـ) $س^{٣}$ (د) س

[١١] $(٢ \, ص)^{٣} = \text{..............}$

(أ) $٢ \, ص^{٣}$ (ب) ٨ ص (جـ) $٨ \, ص^{٣}$ (د) ٣٢ ص

[١٢] $(ب^{٣})^{٤} = \text{..............}$

(أ) $ب^{٤٣}$ (ب) $ب^{٧}$

(جـ) $ب^{٣} \times ب^{٣} \times ب^{٣}$ (د) $ب^{٤} \times ب^{٤} \times ب^{٤}$

13 ربع العدد $٤^{٢٠}$ = ...

(أ) $٤^{٥}$ (ب) $٤^{١٠}$ (جـ) $٤^{١٩}$ (د) $٢^{١٠}$

7 اختصر لأبسط صورة : $\frac{(٢ ص)^{٤} \times (٣ ص)^{٢}}{١٢ ص^{٥}}$

ثم أوجد قيمة الناتج : عندما ص = $-\frac{١}{٦}$ «−٢»

8 إذا كانت : أ = $\frac{٥}{٣}$ ، ب = $-\frac{٣}{٢}$ ، جـ = $\frac{٢}{٥}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

1 $\frac{(أ^{٢} جـ^{٢})^{٢}}{ب}$ 2 $\left(\frac{٢ أ ب}{٥ جـ}\right)^{٣}$ «$-\frac{٣٢}{٢٤٣}$ ، $-\frac{١٢٥}{٨}$»

9 إذا كانت : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ ، ع = $-\frac{٣}{٢}$

أوجد فى أبسط صورة القيمة العددية لكل من :

1 $س^{٣} ص^{٢}$ 2 $ص^{٣} س^{٢}$ 3 $\frac{س^{٣}}{ص^{٢} ع^{٢}}$ «$-\frac{٩}{١٢٨}$ ، $\frac{٢٧}{٢٥٦}$ ، $-\frac{٨}{٨١}$»

10 أكمل ما يأتى :

1 $\left(\left(\frac{٧}{٩}\right)^{٣}\right)^{٤} = \frac{٧^{١٢}}{٣^{.....}}$

2 إذا كان : $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \times س = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧}$ فإن : س = ...

3 الأكبر فى العددين : $\left((-٣)^{٥}\right)^{٣}$ ، $\left((-٣)^{٢}\right)^{٤}$ هو العدد ....

4 $\left((-١)^{٥}\right)^{٢} - \left((-١)^{٣}\right)^{٢} =$ ....

5 $\frac{٤^{٤}}{٤^{٣}} + \frac{٤^{٣}}{٤^{٢}} + \frac{٤^{٢}}{٤} + ٤ = ٢^{.....}$

6 $٢^{٢س} \times ٤^{س} = ٤^{.....}$

تمارين 3

على القوى الصحيحة السالبة

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

اختبار تفاعلى

١ احسب قيمة كل مما يأتى :

١ 📖 4^{-1} | ٢ 📖 5^{-2} | ٣ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

٤ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ | ٥ $(0.2)^{-2}$ | ٦ $(1.2)^{-1}$

٢ احسب قيمة كل مما يأتى :

١ 📖 $3^{7} \times 3^{-3}$ | ٢ $2^{-2} \times 2^{-3}$ | ٣ 📖 $\frac{3}{3^{-2}}$ | ٤ 📖 $\frac{6^{-2}}{6^{-3}}$

٣ احسب قيمة كل مما يأتى :

١ 📖 $(5^{-1})^{-2}$ | ٢ $(3^{-2})^{2}$ | ٣ $(0.25)^{-2}$

٤ $(2^{-1} \times 2^{-2})^{3}$ | ٥ 📖 $\left(\frac{3^{-1}}{3}\right)^{2}$ | ٦ 📖 $\left(\frac{8^{4}}{8^{-4}}\right)^{صفر}$

٤ احسب قيمة كل مما يأتى :

١ 📖 $\frac{8 \times 8^{-2}}{8^{-3}}$ | ٢ 📖 $\frac{7^{-2} \times 7^{5}}{7^{3}}$ | ٣ $\frac{2^{5} \times 2^{-3}}{2^{-4} \times 2^{3}}$

٤ $\frac{2^{3} \times 2^{-3}}{(2^{2})^{2}}$ | ٥ $\frac{(3^{-2})^{3}}{3^{-2} \times 3^{-6}}$ | ٦ 📖 $\left(\frac{9^{3} \times 9}{9^{5}}\right)^{-3}$

٧ $\left(\frac{2^{5} \times 3^{2}}{3^{4} \times 2^{3}}\right)^{-1}$ | ٨ 📖 $(3^{صفر} \times 2^{-2})^{-2}$ | ٩ $\frac{(10)^{2} \times (0.01)^{2}}{(10)^{-3}}$

٥ اختصر كلاً مما يلى مع جعل الناتج بأس صحيح موجب حيث المقام لا يساوى الصفر :

١ 📖 $7\,س^{-1}$ | ٢ 📖 $س^{-1}\,ص^{2}$ | ٣ 📖 $أ^{-2}\,ب^{-3}$

٤ 📖 $س^{2} \times س^{-5}$ | ٥ $س^{3} \times س^{-2} \times س^{-1}$ | ٦ 📖 $\frac{ح^{-5}}{ح^{2}}$

٧ 📖 $(أ^{-2})^{3}$ | ٨ 📖 $(ب^{-1})^{-3}$ | ٩ 📖 $(أ^{2} \times أ^{-5})^{2}$

10) $(\text{س}^{2})^{-3} \times (\text{س}^{-3})^{-2}$

11) $\left(\frac{\text{ص}^{5}}{\text{ص}^{-2}}\right)^{-3}$

12) $\frac{\text{س}^{2} \times \text{س}^{-3}}{\text{س}^{-4} \times \text{س}}$

13) $\frac{(\text{س}^{2})^{-3} \times (\text{س}^{-1})^{2}}{\text{س}^{-3} \times \text{س}^{-4}}$

14) $\frac{\text{أ}^{-1}}{\text{ب}^{2}} \times \left(\frac{\text{أ}^{-1}}{2\,\text{ب}^{2}}\right)^{-2}$

15) $(\text{س} + \text{س}^{-1})^{2}$

٦ أكمل ما يأتى :

1) $2^{-3}\ \text{ح}^{\text{صفر}} = \dots\dots\dots$

2) $(\text{ب}^{-1})^{-3} = \text{ب}^{\dots}$

3) $2\,\text{س}^{-3} = \frac{2}{\dots\dots}$

4) $(3\,\text{س}^{-1})^{2} = 9\,\text{س}^{\dots} = \frac{9}{\dots\dots}$

5) $(3\,\text{ص}^{-2})^{-2} = \dots\dots\dots$

6) $(3\,\text{أ}^{2})^{-1} = \frac{1}{\dots\dots}$

7) $2\,\text{س}^{-2}\,\text{ص}^{-3} = \frac{2}{\dots\dots}$

8) $\frac{\text{س}^{-5}}{\text{ص}^{-5}} = (\dots\dots)^{5}$

9) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2} + 2^{\text{صفر}} - (2)^{-2} = \dots\dots\dots$

10) $(\text{س}^{2})^{\dots} = \frac{1}{\text{س}^{4}}$

11) $2^{10} \times 2^{-10} = 3^{\dots}$

12) $\text{أ}^{-5} + 1 = \text{أ}^{-5}(\dots + \dots)$ حيث $\text{أ} \neq 0$

13) إذا كان : $\text{س} = \frac{1}{2}$ ، $\text{ص} = \frac{1}{4}$ فإن : $(\text{س} - \text{ص})^{-1} = \dots\dots\dots$

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1) إذا كان : $\text{أ}^{-1} = \frac{2}{3}$ فإن : $\text{أ} = \dots\dots\dots$

(أ) $-\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (جـ) $-\frac{3}{2}$ (د) 1

2) إذا كان : $\text{أ} = 7^{\text{س}}$ ، $\text{ب} = 7^{-\text{س}}$ فإن : $\text{أ} \times \text{ب} = \dots\dots\dots$

(أ) $7^{2\text{س}}$ (ب) $49^{2\text{س}}$ (جـ) 1 (د) صفر

3) $\frac{5^{\text{س}}}{5^{-\text{ص}}} = \dots\dots\dots$

(أ) $5^{\text{س} \div \text{ص}}$ (ب) $5^{\text{س} - \text{ص}}$ (جـ) $5^{\text{س} + \text{ص}}$ (د) $-\frac{\text{س}}{\text{ص}}$

٤ $\frac{٦\,أ^{٢}\,س^{٤}}{٢\,أ^{٣}\,س^{٣}}$ = ...

(أ) $٣\,أ\,س$ (ب) $٣\,أ^{٥}\,س^{٧}$ (جـ) $\frac{٣\,س}{أ}$ (د) $\frac{٣}{أ\,س}$

٥ $\frac{(-٢\,س^{٢}\,ص)^{٣}}{(-٤\,س\,ص^{٢})^{٢}}$ = ...

(أ) $\frac{س^{٣}}{٢\,ص}$ (ب) $-\frac{س^{٤}}{٢\,ص}$ (جـ) $\frac{س^{٥}}{٢\,ص^{٢}}$ (د) $\frac{س^{٤}}{ص}$

٦ $\left(\frac{م^{٢}}{ن^{-٣}}\right)^{-١}\left(\frac{٣\,م^{-٢}}{ن^{-٢}}\right)^{-٢}$ = ...

(أ) $\frac{٩\,م^{٢}}{ن^{٧}}$ (ب) $\frac{م^{٢}}{٩\,ن^{٧}}$ (جـ) $\frac{م^{٢}}{٩\,ن}$ (د) $\frac{٩\,م^{٦}}{ن}$

٧ $\frac{(٢\,أ\,ب^{-٢})^{صفر}}{٣^{صفر}\,أ^{-٢}\,ب}$ = ...

(أ) $\frac{أ^{٢}}{٣\,ب^{٢}}$ (ب) $أ^{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{أ^{٢}}{ب}$

٨ إذا كان : $أ^{س} = ٢$ ، $أ^{ص} = ٣$ فإن : $أ^{س - ص}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٦

٩ إذا كان : $س\,ص^{-١} = \frac{١}{٢}$ فإن : $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $-\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

١٠ $٣^{-١} + ٣^{-١} + ٣^{-١}$ = ...

(أ) $٣^{-٣}$ (ب) $٣^{٣}$ (جـ) $٩^{-٣}$ (د) ١

١١ المعكوس الضربى للعدد $٥^{-١}$ هو ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) ٥ (جـ) −٥ (د) $-\frac{١}{٥}$

١٢ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} \times \left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٢} =$ ....

(أ) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤}$ (ب) ١ (جـ) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٤}$ (د) صفر

٨ أكمل بوضع إحدى العلامات > أ، < أ، = :

١ $٢^{١٠}$ .... $٢^{-١٠}$

٢ $٣^{-٢٠}$ .... $٣^{٢}$

٣ $٥^{-١٥}$ .... $٢^{-١٥}$

٤ $(-٧)^{-٢}$ .... $(-٧)^{١٩}$

٥ $(-١)^{-٦}$ .... $(-١)^{-٩}$

٦ $(-١)^{-٢٠}$ .... $(١)^{-١٠}$

٩ لماذا تكون $س^{-٣}$ غير معرفة عند س = صفرًا ؟

١٠ احسب قيمة : $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{س} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{ص}$ **في كل من الحالتين الآتيتين :**

١ س = -٢ ، ص = ٢ «١»

٢ س = -١ ، ص = ٢ «$-\frac{٣}{٥}$»

١١ إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$

فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار : $\left(\frac{ص}{س^{٢}}\right)^{-٢}$ «$\frac{١}{٣٦}$»

١٢ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٢^{١٠} \times ٣^{٤}}{(١٢)^{٥}}$ «$\frac{١}{٣}$»

١٣ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٦^{٢ن+١} \times ٤^{-ن}}{٢^{ن} \times ٣^{٢ن+١}}$ **ثم أوجد قيمة الناتج عندما : ن = ٣** «$\frac{١}{٤}$»

تمارين 1

على البرهان الاستدلالى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ∴ حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

اختبر تفاعلى

١ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أء} // \overline{ب ح}$

، ق (∠ ء أ ب) = ٥٠° ، ق (∠ ء أ هـ) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ أ ب ح

أكمل الجدول التالى بكتابة سبب كل خطوة من خطوات الحل :

الجملة الرياضية	السبب
ق (∠ ء أ ب) = ٥٠° ، ق (∠ ء أ هـ) = ٧٠°	١ ....
ق (∠ ح أ ب) = ١٨٠° − (٥٠° + ٧٠°) = ٦٠°	٢ ....
$\overleftrightarrow{أء} // \overline{ب ح}$	٣ ....
ق (∠ ح) = ق (∠ ء أ هـ) = ٧٠°	٤ ....
ق (∠ ب) = ق (∠ ء أ ب) = ٥٠°	٥ ....

٢ فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ م ب) = ٥٠° ، ق (∠ هـ م ء) = ٨٠°

، $\overrightarrow{م ح}$ ينصف ∠ ب م ء ، ق (∠ ح م ء) = ٦٥°

أكمل البرهان التالى لإيجاد : ق (∠ أ م هـ)

المعطيات | ....

المطلوب | ....

البرهان | ∵ $\overrightarrow{م ح}$ ينصف ∠ .... (معطى)

∴ ق (∠ ب م ح) = ق (∠ ....) = ...°

، ∵ ق (∠ أ م ب) + ق (∠ ب م حـ) + ق (∠ حـ م ء) + ق (∠ ء م هـ)

+ ق (∠ أ م هـ) = ...°

∴ ق (∠ أ م هـ) = ...° − ....° = ...° (وهو المطلوب)

٣ فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أحـ} \cap \overleftrightarrow{بء} = \{م\}$

، ق (∠ ب م حـ) = ١٢٠°

، $\overrightarrow{مهـ}$ ينصف ∠ أ م ء

أكمل خطوات الحل لإيجاد : ق (∠ هـ م حـ)

المعطيات ....

المطلوب ....

البرهان ∵ $\overleftrightarrow{أحـ} \cap \overleftrightarrow{بء} = \{م\}$

∴ ق (∠ ب م حـ) = ق (∠ ....) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ ....) = ١٢٠°

، ∵ $\overrightarrow{مهـ}$ ينصف ∠ أ م ء

∴ ق (∠ ....) = ق (∠ ....)

∴ ق (∠ هـ م ء) = ...° ÷ .... = ...°

، ∵ م ∈ $\overleftrightarrow{بء}$

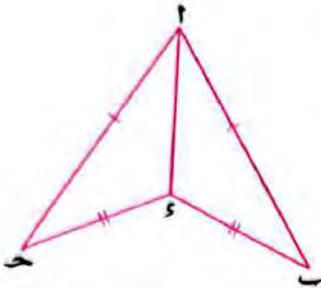
∴ ق (∠ ب م حـ) + ق (∠ ....) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ء م حـ) = ...° − ....° = ...°

، ∵ ق (∠ هـ م حـ) = ق (∠ ....) + ق (∠ ....)

∴ ق (∠ هـ م حـ) = ...° + ...° = ...° (وهو المطلوب)

٤ في الشكل المقابل :



أب = أحـ

، ب ء = حـ ء

أكمل البرهان التالى لإثبات أن : $\overrightarrow{أء}$ ينصف ∠ ب أ حـ

المعطيات ....

المطلـوب ....

البرهـان ∵ ΔΔ أ ء ب ، .... فيهما :

أب = ... (معطى)

.... = حـ ء (معطى)

$\overline{أء}$ ....

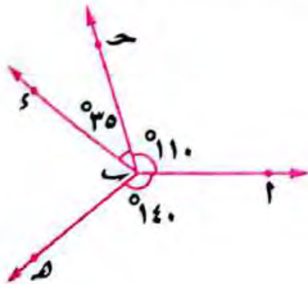
∴ Δ أ ء ب ≡ Δ ....

وينتج من تطابقهما أن : ق (∠ ....) = ق (∠ ....)

∴ $\overrightarrow{أء}$ ينصف ∠ .... (وهو المطلوب)

---

٥ في الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب حـ) = ١١٠

، ق (∠ حـ ب ء) = ٣٥°

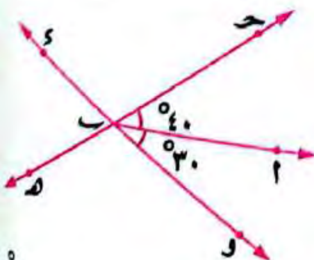
، ق (∠ أ ب هـ) = ١٤٠°

أوجد : ق (∠ هـ ب ء)

« ٧٥° »

---

٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{حـ هـ} \cap \overleftrightarrow{و ء} = \{ب\}$

، ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠° ، ق (∠ أ ب و) = ٣٠°

أوجد : ق (∠ ء ب هـ)

« ٧٠° »

7 في الشكل المقابل :



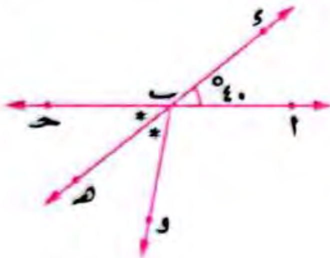
ب ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ، ق (∠ حـ ب هـ) = 116°

، $\overrightarrow{\text{ب ء}}$ ينصف ∠ أ ب هـ

أوجد : ق (∠ أ ب ء) «32°»

---

8 في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ = {ب} ، ق (∠ أ ب ء) = 40°

، $\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ ينصف ∠ حـ ب و

أوجد : ق (∠ أ ب و) «100°»

---

9 في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{\text{هـ أ}}$ ∩ $\overrightarrow{\text{هـ ب}}$ ∩ $\overrightarrow{\text{هـ حـ}}$ ∩ $\overrightarrow{\text{هـ ء}}$ = {هـ}

، إذا كان : ق (∠ ب هـ حـ) = ق (∠ أ هـ ء)

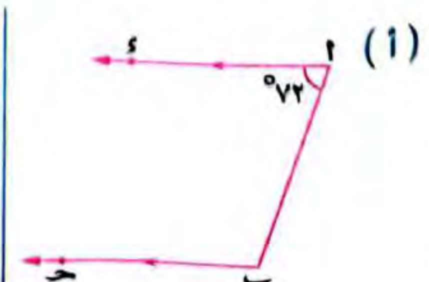
، ق (∠ أ هـ ب) = 65° ، ق (∠ حـ هـ ء) = 85°

أوجد : ق (∠ ب هـ حـ) ، هل أ ، هـ ، حـ على استقامة واحدة ؟ ولماذا ؟ «105°»

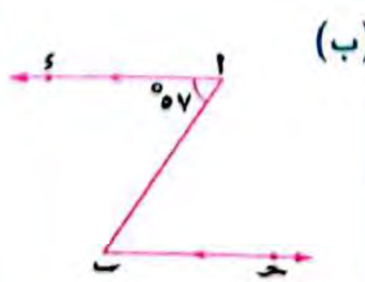
---

10 في كل من الأشكال الآتية إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overrightarrow{\text{ب حـ}}$ فعين مع ذكر السبب : ق (∠ أ ب حـ)

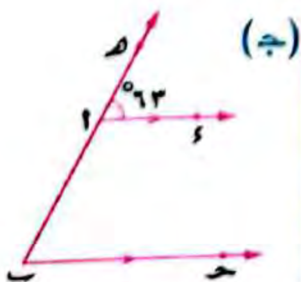
(أ)



(ب)



(جـ)

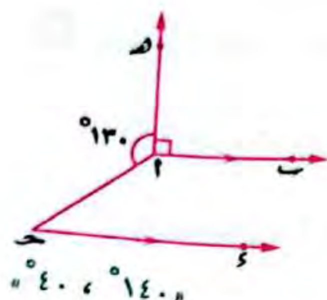


١١ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ ء}$

، ق (∠ هـ أ جـ) = ١٣٠° ، ق (∠ هـ أ ب) = ٩٠°

أوجد : **١** ق (∠ ب أ جـ) **٢** ق (∠ جـ)



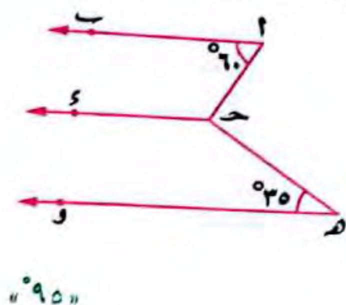
«١٤٠° ، ٤٠°»

١٢ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ ء}$ ، $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{هـ و}$

، ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ هـ) = ٣٥°

أوجد : ق (∠ أ جـ هـ)



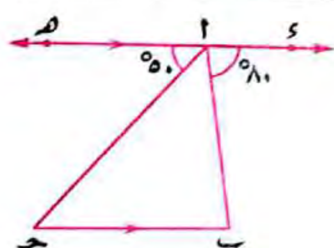
«٩٥°»

١٣ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ءهـ} // \overline{ب جـ}$ ، أ ∈ $\overline{ءهـ}$

، ق (∠ ء أ ب) = ٨٠° ، ق (∠ هـ أ جـ) = ٥٠°

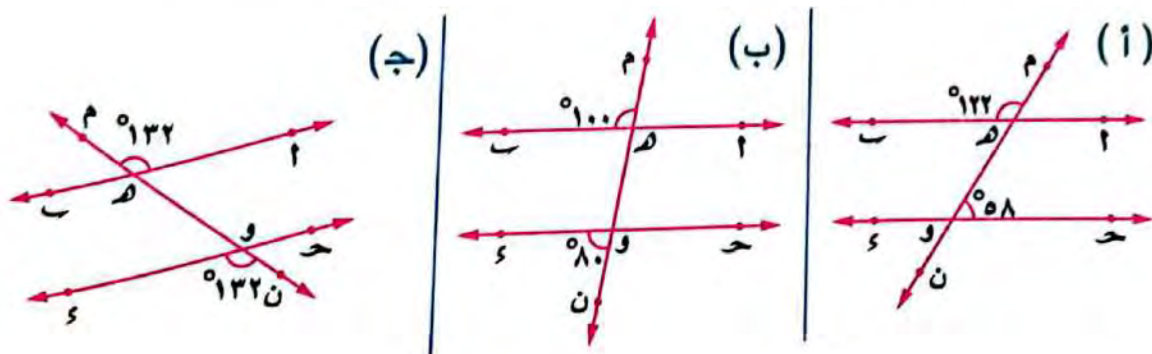
أوجد : قياسات زوايا △ أ ب جـ



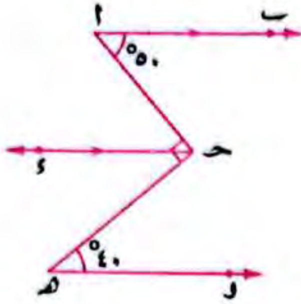
«ق (∠ ب أ جـ) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٨٠° ، ق (∠ جـ) = ٥٠°»

١٤ في كل من الأشكال الآتية إذا كان : $\overleftrightarrow{م ن}$ يقطع $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـ ء}$ في هـ ، و على الترتيب

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ ء}$



١٥ في الشكل المقابل :

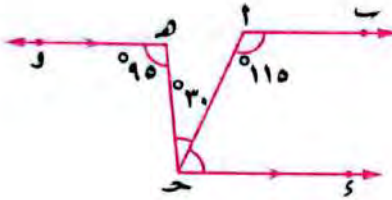


$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{حـء}$ ، ق(∠ أ) = ٥٠°

، ∠ أ حـ هـ قائمة ، ق(∠ هـ) = ٤٠°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{هـو}$

١٦ في الشكل المقابل :

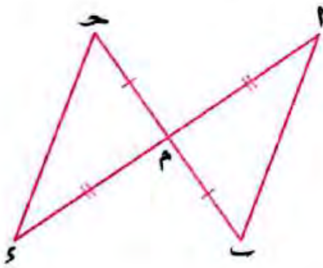


$\overleftrightarrow{هـو} // \overleftrightarrow{حـء}$ ، ق(∠ حـ هـ و) = ٩٥°

، ق(∠ أ حـ هـ) = ٣٠° ، ق(∠ ب أ حـ) = ١١٥°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{هـو}$

١٧ في الشكل المقابل :



$\overline{أء} \cap \overline{بحـ} = \{م\}$ ، م أ = م ء ، م ب = م حـ

أثبت أن :

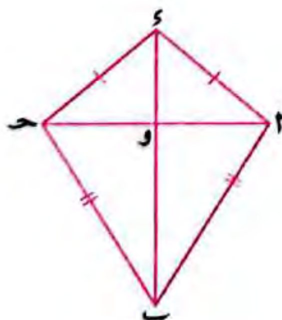
١ أ ب = حـ ء   ٢ $\overline{أب} // \overline{حـء}$

١٨ أثبت أن :

١ المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون عموديًا على المستقيم الآخر.

٢ إذا وازى مستقيمان مستقيمًا ثالثًا كان هذان المستقيمان متوازيين.

١٩ في الشكل المقابل :



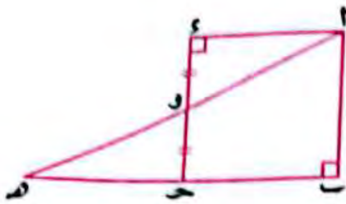
أ ء = حـ ء ، أ ب = ب حـ

استخدم خاصية تطابق المثلثين فى إثبات أن :

١ $\overrightarrow{ءب}$ ينصف ∠ أ ء حـ

٢ $\overline{أحـ}$ ، $\overline{ءب}$ متعامدان.

١٠ في الشكل المقابل :



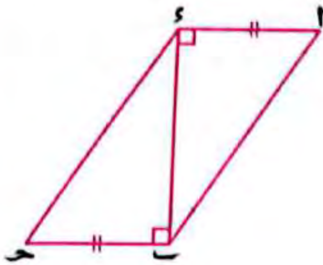
أ ب حـ ء مربع فيه :

و منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ و}} \cap \overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = {هـ}

برهن أن : حـ هـ = حـ ب

---

١١ في الشكل المقابل :



أ ء = ب حـ ، ق (∠ أ ء ب) = ق (∠ ء ب حـ) = °٩٠

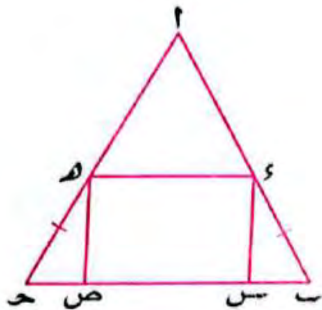
برهن أن :

[١] أ ب = حـ ء

[٢] $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

---

١٢ في الشكل المقابل :



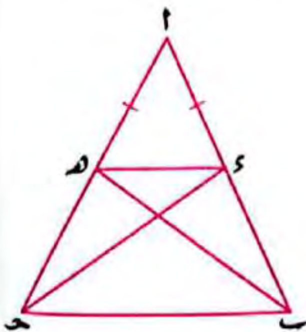
هـ حـ = ء ب

، ء س ص هـ مستطيل

أثبت أن : ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ أ هـ ء)

---

١٣ في الشكل المقابل :



أ ء = أ هـ

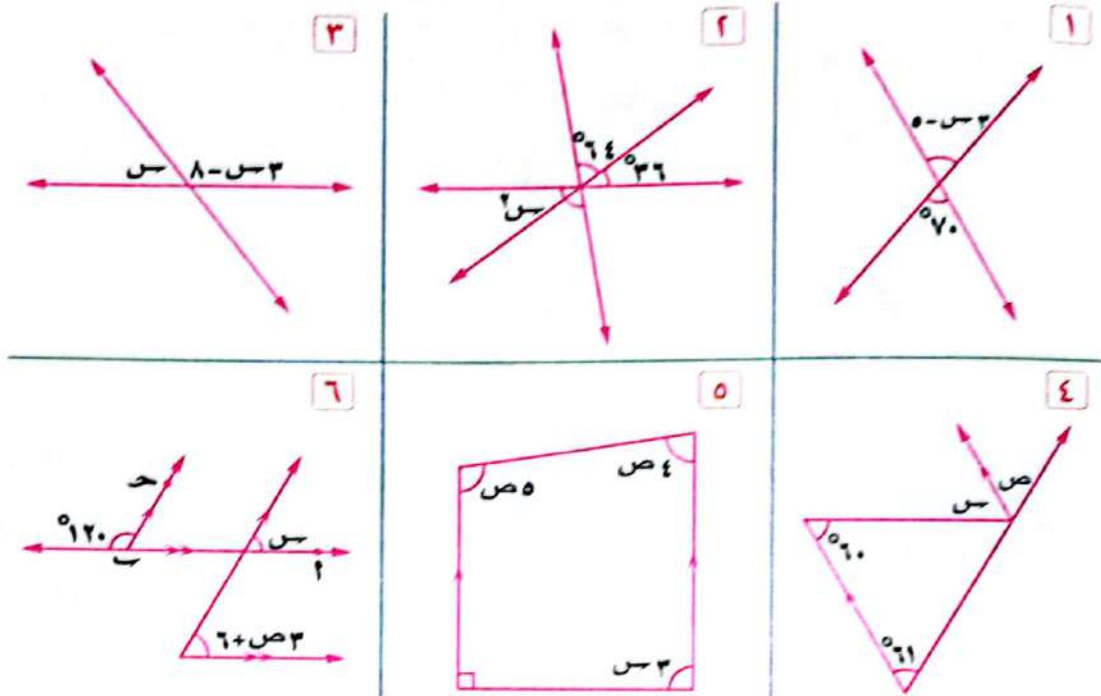
، ق (∠ أ ء حـ) = ق (∠ أ هـ ب)

أثبت أن :

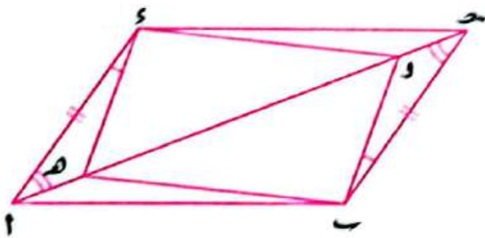
[١] ب هـ = حـ ء

[٢] ب ء = حـ هـ

٢٤ احسب قيمة س ، ص فى كل مما يأتى :



للمتفوقين



٢٥ فى الشكل المقابل :

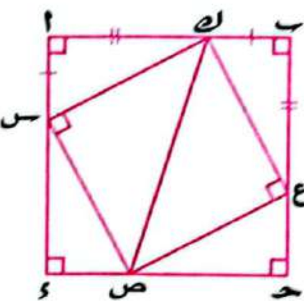
أولاً : هل Δ أ ء هـ يطابق Δ حـ ب و ؟ ولماذا ؟

ثانيًا : أثبت أن :

١ Δ ء هـ و ≡ Δ ب و هـ

٢ Δ أ ب هـ ≡ Δ حـ ء و

٢٦ فى الشكل المقابل :



أولاً : هل Δ س أ ل يطابق Δ ل ب ع ؟ ولماذا ؟

ثانيًا : أثبت أن :

١ Δ س ل ص ≡ Δ ع ل ص

٢ Δ س ء ص ≡ Δ ص حـ ع

تمارين 2
على المضلع




اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

- ١ المضلع المنتظم هو مضلع فيه : (أ) .... (ب) ....
- ٢ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ...°
- ٣ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى = ...°
- ٤ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى = ...°
- ٥ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السباعى = ...°
- ٦ قياس الزاوية الداخلة للخماسى المنتظم = ...°

  ، وقياس الزاوية الداخلة للسباعى المنتظم = ...°
- ٧ مجموع قياسات الزوايا الخارجة للشكل السداسى = ...°
- ٨ إذا كان محيط سداسى منتظم ٣٠ سم فإن طول ضلعه = ... سم

  ، وقياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ...°
- ٩ إذا كان محيط مضلع منتظم ٨٠ سم وطول ضلعه ١٠ سم

  فإن قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ...°

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن يساوى ....

  (أ) ن × ١٨٠° (ب) (ن − ٢) × ١٨٠°

  (جـ) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$ (د) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{٢ ن}$

- ٢ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ن يساوى ....

  (أ) $\frac{(ن - ٢) \times ٩٠°}{ن}$ (ب) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{٢}$

  (جـ) $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$ (د) ١٨٠° × (ن − ١)

٣ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ١٠ أضلاع يساوى ....

(أ) ٧٢° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٤٤° (د) ١٥٠°

٤ قياس الزاوية الداخلة للمضلع الثمانى عشر المنتظم يساوى ....

(أ) ١٣٠° (ب) ١٤٠° (جـ) ١٥٠° (د) ١٦٠°

٥ إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ١٣٥° فإن عدد أضلاعه يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٨

٦ مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمثلث يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ٧٢٠°

٧ فى الشكل الرباعى أ ب حـ ء إذا كان : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = ٩٦°

فإن : ق (∠ ء) = ...

(أ) ٩٦° (ب) ٤٨° (جـ) ١٢٠° (د) ١٤٤°

---

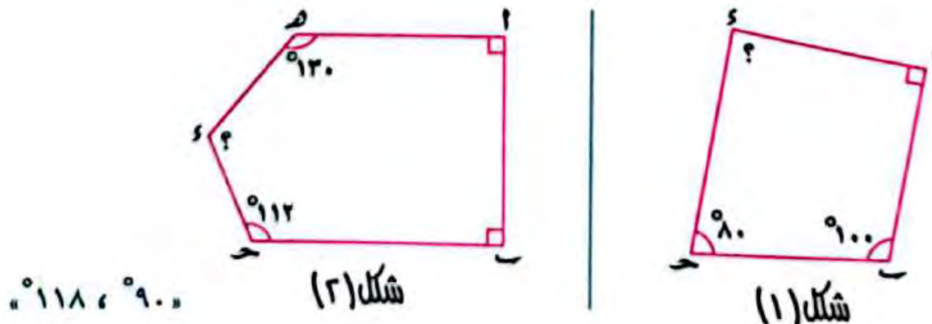
٣ أوجد عدد أقطار كل من الأشكال التالية :

١ المثلث. ٢ الشكل الرباعى. ٣ الشكل الخماسى.

(إرشاد : عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه ن = $\frac{ن (ن - ٣)}{٢}$)

---

٤ فى كل مما يأتى أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) :



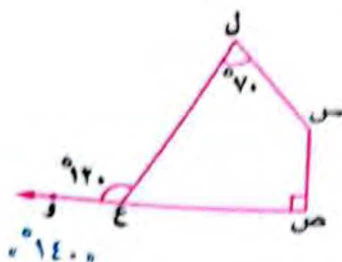
« ٩٠° ، ١١٨° »

٥ في الشكل المقابل :

و ∈ $\overleftarrow{\text{ص ع}}$ ، ق (∠ ل) = ٧٠°

، ق (∠ ص) = ٩٠° ، ق (∠ ل ع و) = ١٢٠°

أوجد : ق (∠ س)



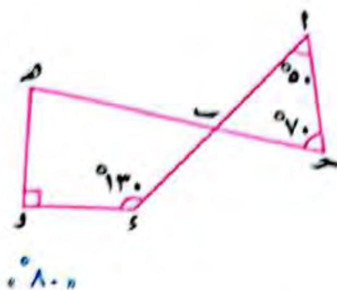
٦ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{حـ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{أ ء}}$ = {ب}

، ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ حـ) = ٧٠°

، ق (∠ ء) = ١٣٠° ، ق (∠ و) = ٩٠°

أوجد : ق (∠ هـ)

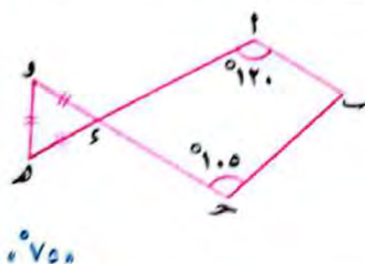


٧ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{حـ و}}$ = {ء} ، ء هـ و مثلث متساوى الأضلاع

، ق (∠ أ) = ١٢٠° ، ق (∠ حـ) = ١٠٥°

أوجد : ق (∠ ب)



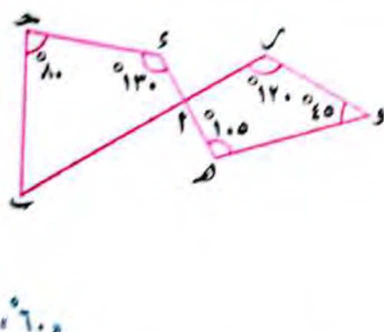
٨ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ء هـ}}$ ∩ $\overline{\text{ر ب}}$ = {أ} ، ق (∠ و) = ٤٥°

، ق (∠ ر) = ١٢٠° ، ق (∠ هـ) = ١٠٥°

، ق (∠ ء) = ١٣٠° ، ق (∠ حـ) = ٨٠°

أوجد : ق (∠ ب)



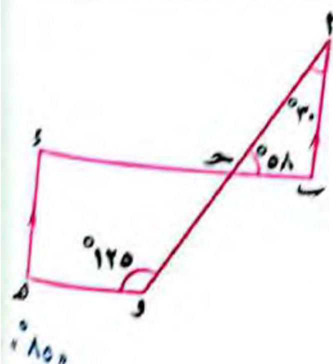
٩ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ب ء}}$ ∩ $\overline{\text{أ و}}$ = {حـ} ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$

، ق (∠ أ) = ٣٠° ، ق (∠ أ حـ ب) = ٥٨°

، ق (∠ حـ و هـ) = ١٢٥°

أوجد : ق (∠ هـ)

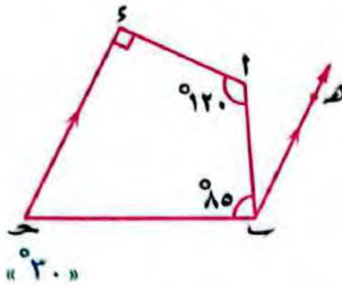


١٠ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ١٢٠° ، ق (∠ د) = ٩٠°

، ق (∠ أ ب جـ) = ٨٥° ، $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

أوجد : ق (∠ أ ب هـ)

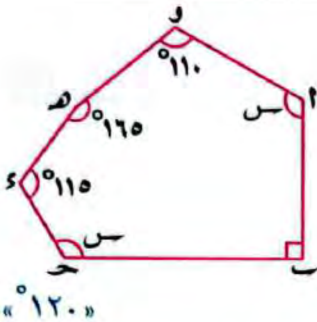


١١ في الشكل المقابل :

أ ب جـ د هـ و شكل سداسى

، ق (∠ و أ ب) = ق (∠ د جـ ب)

أوجد قيمة : س

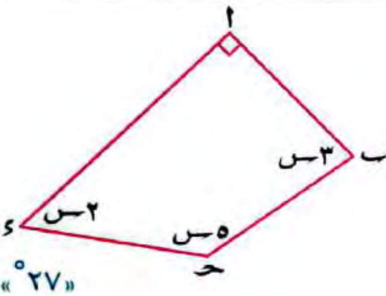


١٢ في الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعى فيه :

ق (∠ أ) = ٩٠°

أوجد قيمة : س

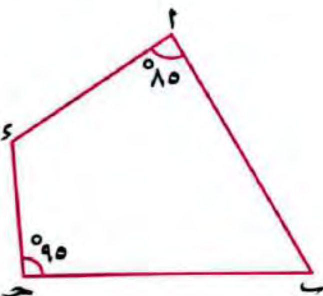


١٣ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ) = ٨٥° ، ق (∠ جـ) = ٩٥°

، ق (∠ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ د)

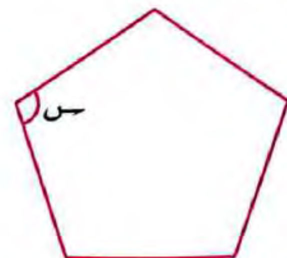
أوجد قياس كل منهما.



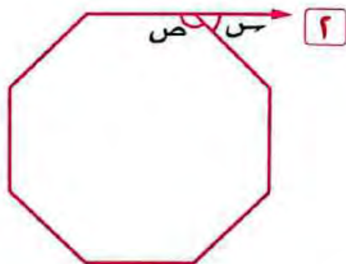
«٦٠° ، ١٢٠°»

١٤ في كل مما يأتى إذا كان المضلع منتظمًا فأوجد قياسات الزوايا المجهولة :

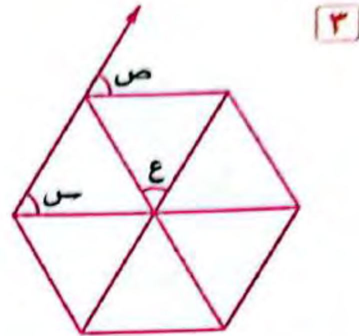
١



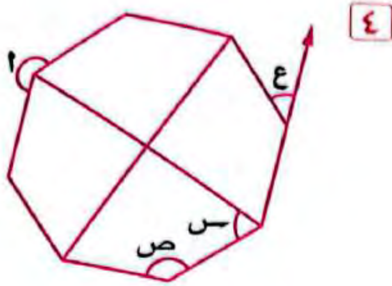
٢



[٣]

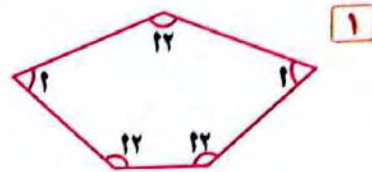


[٤]

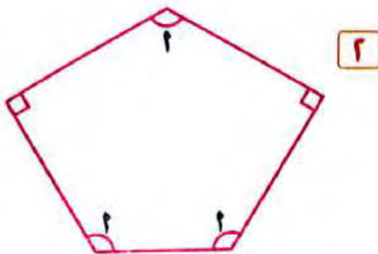


١٥ في كل مما يأتي أوجد قياسات الزوايا المجهولة :

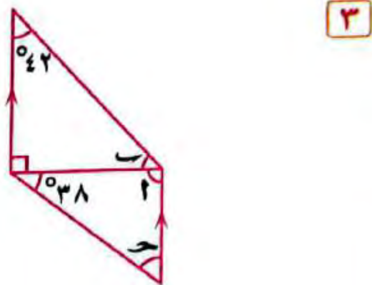
[١]



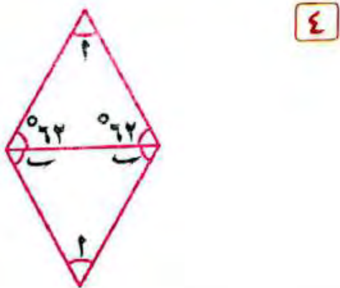
[٢]



[٣]



[٤]

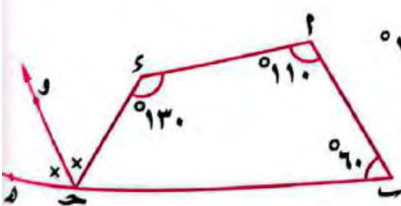


١٦ في الشكل المقابل :

ق(∠ أ) = ١١٠° ، ق(∠ب) = ٦٠° ، ق(∠ء) = ١٣٠°

، $\overrightarrow{\text{جـ و}}$ ينصف ∠ ء جـ هـ ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{جـ و}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$



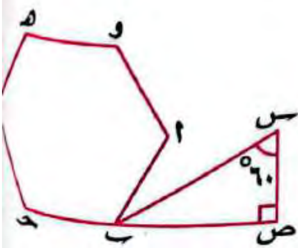
١٧ في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء هـ و سداسي منتظم

، ص ∈ $\overrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ب}}$

، ق(∠س) = ٦٠°

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{ب س}}$ ينصف ∠ أ ب ص



١٨ إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لشكل خماسى هى ٣ : ٣ : ٢ : ٣ : ٤

أوجد أكبر قياس زاوية من الزوايا الداخلة لهذا الشكل الخماسى. «١٤٤°»

---

١٩ إذا كان قياس الزاوية الخارجة لمضلع منتظم يساوى ٣٠°

ما عدد أضلاع هذا المضلع ؟ وما مجموع قياسات زواياه الداخلة ؟ «١٢ ، ١٨٠٠°»

---

٢٠ هل يمكن لزاوية قياسها ١٠٠° أن تكون زاوية داخلة لمضلع منتظم ؟ ولماذا ؟

---

٢١ مضلع له تسعة أضلاع ومجموع قياسات ثمان من زواياه هو ١١٤٠° :

[١] أوجد قياس الزاوية الباقية. «١٢٠°»

[٢] هل يمكن أن يكون هذا المضلع منتظمًا ؟ وضح إجابتك.

---

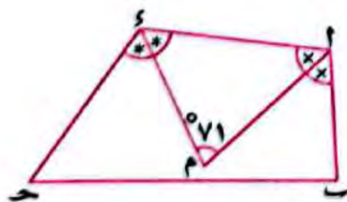
٢٢ عدد أضلاع مضلع ١٥ ضلعًا :

[١] أوجد مجموع قياسات زواياه الداخلة.

[٢] إذا كان مجموع قياسات خمسة من زواياه الخارجة يساوى ٢٠٠° أوجد مجموع قياسات الزوايا العشرة الداخلة غير المجاورة للزوايا الخمسة الخارجة. «٢٣٤٠° ، ١٦٤٠°»

للمتفوقين

٢٣ فى الشكل المقابل :

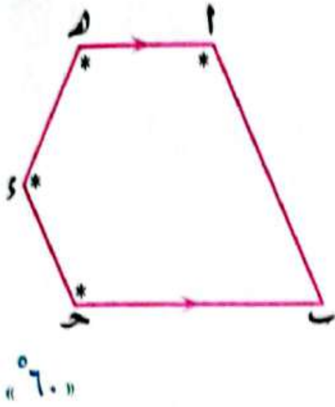


$\overrightarrow{أم}$ ينصف ∠ ب أ ء ، $\overrightarrow{ءم}$ ينصف ∠ أ ء حـ

، ق (∠ أ م ء) = ٧١°

أثبت أن : ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ١٤٢°

١٤ في الشكل المقابل :



$\overline{أهـ} // \overline{بحـ}$

، ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) = ق (∠ ء) = ق (∠ حـ)

أوجد : ق (∠ ب)

« ٦٠° »

الأضواء



الرياضيات

الصف ١ الإعدادى

مقترح النماذج الاسترشادية عن شهر فبراير

العام الدراسى

2023

أولًا الجبر

نمـــوذج (١)

$\frac{\cdots}{٥}$

السؤال الأول

$\frac{\cdots}{٣}$

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ $٦\frac{١}{٤}$ = ... سم.

(أ) $(\frac{٥}{٢})^{٢}$ (ب) $(\frac{٢}{٥})^{٢}$ (جـ) $(\frac{٥}{٢})^{٣}$ (د) $(\frac{٢}{٥})^{٣}$

٢ إذا كانت $٢^{س} = ٣$ فإن قيمة $٤^{س}$ = ...

(أ) ٦ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ١

٣ المعكوس الضربى للعدد $(\frac{٢}{٣})^{-١}$ هو ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

السؤال الثانى

$\frac{\cdots}{٢}$

اختصر لأبسط صورة: $\frac{(-٥)^{٢} \times (-٥)^{٥}}{٥^{٣} \times (-٥)^{٤}}$

نمـــوذج (٢)

$\frac{.....}{٥}$

السؤال الأول

$\frac{.....}{٣}$

• اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان $\frac{س}{ص} = -\frac{٢}{٣}$ فإن $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٣} =$ ....

(أ) $-\frac{٢}{٣}$ (ب) $-\frac{٨}{٢٧}$ (جـ) $\frac{٨}{٢٧}$ (د) $\frac{٨}{٣}$

٢ $٥^{٢س} \times ٣^{س} =$ .... (فى أبسط صورة)

(أ) $١٥^{س}$ (ب) $١٥^{٢س}$ (جـ) $٣٠^{س}$ (د) $٧٥^{س}$

٣ $(٢ أ^{-١})^{٣} = \frac{٨}{.....}$ (حيث أ $\neq ٠$)

(أ) $أ^{-١}$ (ب) $أ^{٣}$ (جـ) $أ^{٢}$ (د) $أ^{-٣}$

السؤال الثانى

$\frac{.....}{٢}$

احسب قيمة: $\left(\frac{٥^{٤} \times ٥^{٢}}{٥^{٦}}\right)^{-٢}$

نمـــوذج (٣)

$\frac{\cdots}{٥}$

السؤال الأول

$\frac{\cdots}{٣}$

• اختر الإجابة الصحيحة:

❶ $٢\frac{١٠}{٢٧} = \left(\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}\right)^{٣}$ ....

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

❷ $٧\,(١٣\,أ)^{صفر} =$ .... حيث أ $\neq$ صفر

(أ) ٧ أ (ب) $٩١\,أ^{صفر}$ (جـ) ١٣ (د) ٧

❸ المعكوس الضربى للعدد $(٣^{٢})^{-١}$ هو ....

(أ) $٣^{٢}$ (ب) $(-٣)^{-١}$ (جـ) $٣^{-٣}$ (د) $\frac{١}{٩}$

السؤال الثانى

$\frac{\cdots}{٢}$

إذا كان: س = $\frac{١}{٨}$ ، ص = $\frac{٣}{١٦}$ فأوجد قيمة: $(٢\,س + ص)^{-١}$

ثانيًا الهندسة

نمـــوذج (١)

٥

السؤال الأول

٣

● اختر الإجابة الصحيحة مما يلى:

١ إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متكاملتين فإن قياس كل منهما = ...°

(أ) ٤٥ (ب) ٩٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٦٠

٢ إذا كانت ∠ م ≡ ∠ ب وكانت ∠ م تتمم ∠ ب فإن ق (∠ ب) = ...°

(أ) ٤٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٩٠ (د) ٦٠

٣ قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ١٠ = ...

(أ) ٧٢° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٤٤° (د) ١٥٠°

السؤال الثانى

٢

مضلع منظم قياس إحدى زواياه الداخلة ١٥٠°

أوجد: عدد أضلاعه.

نمـــوذج (٢)

...... / ٥

السؤال الأول

...... / ٣

● اختر الإجابة الصحيحة مما يلى:

١ (١) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...

(أ) ١٢٠°　(ب) ١٥٠°　(جـ) ٢٤٠°　(د) ٣٦٠°

٢ المضلع الذى عدد أضلاعه = عدد أقطاره هو ....

(أ) المثلث　(ب) المضلع الرباعى　(جـ) المضلع الخماسى　(د) المضلع السداسى

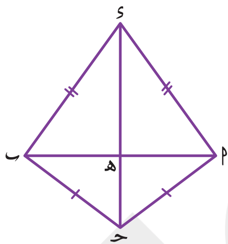
٣ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع الخماسى = ...

(أ) ٥٢٠°　(ب) ٥٤٠°　(جـ) ٦٤٠°　(د) ٦٠٠°

السؤال الثانى

...... / ٢

فى الشكل المقابل:



أ ء = ء ب ، أ حـ = حـ ب

أثبت أن: $\overline{\text{حـ ء}}$ ينصف ∠ أ حـ ب

ثم أثبت أن: ق (∠ أ هـ ء) = ٩٠°

نمـــوذج (٣)

..... / ٥

السؤال الأول

..... / ٣

● اختر الإجابة الصحيحة مما يلى:

١ الزوايا التى قياسها ٤٠° تكمل زاوية قياسها ....

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ١٤٠° (د) ١٥٠°

٢ محيط مضلع منتظم = ٨٠ سم وطول ضلعه ١٠ سم فإن قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ... °

(أ) ١٢٠° (ب) ١١٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٣٥°

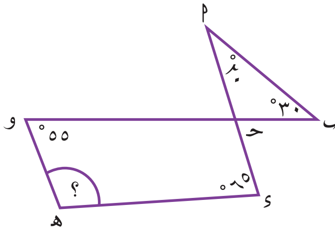
٣ مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأى مضلع محدب = ... °

(أ) ١٨٠° (ب) ٢٧٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ٧٢٠°

السؤال الثانى

..... / ٢

فى الشكل المقابل:



أثبت أن: ق (∠ هـ) = ١١٠°

أولًا الجبر

إجابة نموذج (١)

السؤال الأول

١) $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢}$

٢) ٩

٣) $\frac{٢}{٣}$

السؤال الثانى

$$\frac{(-ه)^{٢} \times (-ه)^{٥}}{ه^{٣} \times (-ه)^{٤}} = \frac{ه^{٢} \times -ه^{٥}}{ه^{٣} \times ه^{٤}} = \frac{-ه^{٧}}{ه^{٧}} = -١$$

إجابـة نمــوذج (٢)

السؤال الأول

١ $-\frac{٨}{٢٧}$

٢ ٧٥ س

٣ $م^{٣}$

السؤال الثانى

$$\left(\frac{٥^{٤} \times ٥^{٢}}{٥^{٦}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥^{٦}}{٥^{٦}}\right)^{-٢} = \left(٥^{صفر}\right)^{-٢} = ١$$

إجابــة نمــوذج (٣)

السؤال الأول

١ $\frac{٤}{٣}$

٢ ٧

٣ $٣^{٢}$

السؤال الثانى

$(٢\,س + ص)^{-١}$

$= \left(٢ \times \frac{١}{٨} + \frac{٣}{١٦}\right)^{-١}$

$= \left(\frac{١}{٤} + \frac{٣}{١٦}\right)^{-١} = \left(\frac{٤ + ٣}{١٦}\right)^{-١}$

$= \left(\frac{٧}{١٦}\right)^{-١} = \frac{١٦}{٧} = ٢\frac{٢}{٧}$

ثانيًا الهندسة

إجابة نموذج (١)

السؤال الأول

(١) ٩٠

(٢) ٤٥

(٣) ١٤٤°

السؤال الثانى

∵ ١٥٠° = $\frac{ن - ٢}{ن}$ × ١٨٠°

∴ (ن − ٢) × ١٨٠° = ١٥٠ ن (بقسمة الطرفين على ٣٠)

∴ (ن − ٢) × ٦ = ٥ ن

∴ ٦ ن − ١٢ = ٥ ن

∴ ن = ١٢

∴ عدد أضلاع المضلع = ١٢ ضلعًا

حل آخر:

عدد أضلاع المضلع = $\frac{٣٦٠°}{\text{قياس الزاوية الخارجة}}$ = $\frac{٣٦٠°}{٣٠°}$ = ١٢ ضلع

إجابة نموذج (٢)

السؤال الأول

١ ٣٦٠°

٢ المضلع الخماسى

٣ ٥٤٠°

السؤال الثانى

△△ ٲ حـ ء ، ب حـ ء

فيهما:
ٲ ء = ب ء (معطى)
ٲ حـ = ب حـ (معطى)
ء حـ ضلع مشترك

∴ △ ٲ حـ ء ≡ △ ب حـ ء وينتج أن:

ق (∠ ٲ حـ ء) = ق (∠ ب حـ ء)

∴ ء حـ ينصف ∠ ٲ حـ ب (هـ . ط) (أولًا)

△△ ٲ حـ هـ ، ب حـ هـ

فيهما:
ٲ حـ = ب حـ (معطى)
ق (∠ ٲ حـ هـ) = ق (∠ ب حـ هـ) (برهان)
حـ هـ ضلع مشترك

∴ △ ٲ حـ هـ ≡ △ ب حـ هـ وينتج أن:

ق (∠ ٲ هـ حـ) = ق (∠ ب هـ حـ)

، ∵ ق (∠ ٲ هـ ب) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ٲ هـ حـ) = ٩٠°

∴ ق (∠ ٲ هـ ء) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° (هـ . ط) (أولًا)

إجابة نمــوذج (٣)

السؤال الأول

١ ١٤٠°

٢ ١٣٥°

٣ ٣٦٠°

السؤال الثانى

∵ فى △ أ ب حـ قياسات الزوايا الداخلة مجموعها = ١٨٠°

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ١٨٠° − (٣٠° + ٢٠°) = ١٣٠°

∵ أ ء ، ب و تقاطعا فى حـ

∴ ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء حـ و) بالتقابل بالرأس

∴ ق (∠ ء حـ و) = ١٣٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة فى المضلع الرباعى ٣٦٠°

∴ ق (∠ هـ) = ٣٦٠° − (٥٥° + ٦٥° + ١٣٠°) = ٣٦٠ − ٢٥٠° = ١١٠° (هـ . ط)

تمارين (١)

١ اختر الاجابة الصحيحة :

(١) المعكوس الضربى للعدد $(\frac{٢}{٥})^{٠}$ هو ....

١	صفر	$\frac{٥}{٢}$	$-\frac{٥}{٢}$

(٢) المعكوس الجمعى للعدد $(-٣)^{٠}$ هو ....

١	- ٣	صفر	- ١

(٣) إذا كان : س = ص فان : $(\frac{٣}{٥})^{س-ص}$ = ...

صفر	١	٣	٥

(٤) $(\frac{١}{٤})^{٠} + \frac{١}{٤}$ = ...

$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{٥}{٤}$

(٥) $(\frac{٣}{٥})^{٠} \times (\frac{٥}{٣})^{٢}$ = ...

١	صفر	$\frac{٥}{٣}$	$\frac{٢٥}{٩}$

---

٢ أكمل ما يأتى :

(١) $\frac{٨}{٢٧} = (\frac{٢}{٣})^{...}$ (٢) $٠,٠٢٧ = (\frac{٣}{١٠})^{...}$

(٣) إذا كان : $\frac{س}{ص} = -\frac{٢}{٥}$ فإن : $(\frac{س}{ص})^{٣}$ = ...

(٤) إذا كان : جـ = −٣ ، ء = −٥
فإن : $(\frac{جـ}{ء})^{٢}$ = ...

(٥) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٢٧}{٦٤}$ ، ...... ، ...... بنفس التسلسل

(٦) $٢^{٢} + ٢^{٢} = ٢^{...}$

(٧) ٦٤٪ = $(\frac{٤}{٥})^{...}$

٣ أوجد قيمة كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

(١) $(-\frac{٣}{٤})^{٢} \times \frac{٨}{٢٧}$

(٢) $(\frac{٣}{٥})^{٢} \div (-\frac{٩}{١٢٥})$

(٣) $(-\frac{٣}{٥})^{٢} \div (-\frac{٢٥}{٢٧})$

(٥) $-\frac{٢٥}{٩} \div (-\frac{٥}{٩})^{٢}$

(٤) $(٢\frac{١}{٢})^{٢} \times (-\frac{٢}{٥})^{٢}$

(٦) $(-\frac{١}{٢})^{٣} \div [٨ \times (-\frac{١}{٢}) \times \frac{٣}{٤}]$

(٧) $(-\frac{٢}{٣})^{٣} \times (\frac{١}{٣})^{٣} \div (-\frac{٢}{٩})^{٢}$

---

٤ إذا كان : س = $-\frac{٢}{٣}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ ، ع = $-\frac{٣}{٤}$

فأوجد في ابسط صورة القيمة العددية لكل من:

(١) $س^{٢} \div ع^{٢}$ (٢) $٩س ص^{٣} + ٤ص^{٢} ع^{٢}$

(٣) $\frac{٨}{٩} ع^{٣} - \frac{٩}{٨} س^{٣} ص$

---

٥ إذا كان : أ = $-\frac{١}{٢}$ ، ب = ٢ ، جـ = $\frac{٣}{٤}$

فأوجد في ابسط صورة القيمة العددية للمقدار :

$أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٢} جـ - ٨ أ ب جـ$

تمارين (٢)

١ اختر الإجابة الصحيحة :

(١) $٣^{٥} \times ٢^{٥} = \ldots$

$٥^{١٠}$	$٦^{١٠}$	$٦^{٥}$	$٦^{٢٥}$

(٢) $(٥\text{أ})^{٠} = \ldots$ ، $\text{أ} \neq ٠$

١	٥	أ	٥أ

(٣) $(٣)^{(٢^{٣})} = \ldots$

$(٣)^{٦}$	$(٣)^{٥}$	$(٣)^{٨}$	$(٣)^{٣٢}$

(٤) $٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠} = \ldots\ldots$

$٣^{١٠}$	$٣^{٣٠}$	$٩^{١٠}$	$٣^{١١}$

(٥) $\frac{(\text{س}^{٢})^{٣}}{\text{س}^{٣}} = \ldots\ldots$ ، $\text{س} \neq ٠$

$\text{س}^{٦}$	$\text{س}^{٣}$	$\text{س}^{٢}$	س

(٦) ربع العدد $٤^{٢٠} = \ldots\ldots$

$٤^{٥}$	$٤^{١٠}$	$٤^{١٩}$	$٢^{١٠}$

---

٢ اختصر لأبسط صورة :

⟨١⟩ $\frac{(٢\text{ص})^{٤} \times (٣\text{ص})^{٢}}{١٢\text{ص}^{٥}}$

ثم أوجد قيمة المقدار عندما : $\text{ص} = -\frac{١}{٦}$

⟨٢⟩ إذا كانت : $\text{أ} = \frac{١}{٢}$ ، $\text{ب} = \frac{٣}{٤}$ ، $\text{ج} = -\frac{٢}{٣}$

فأوجد القيمة العددية لكل من :

♣ $(\text{ج}\,\text{ب}^{٢})^{٣}$ ♣ $(٤\,\text{أ}^{٤}\,\text{ج})^{٢}$

♣ $(\text{أ}^{٢}\,\text{ب}\,\text{ج}^{٢})^{٢}$

٣ أكمل ما يأتى :

⟨١⟩ $\left(\left(\frac{٧}{٩}\right)^{٣}\right)^{٤} = \frac{٧^{١٢}}{٣^{\ldots}}$

⟨٢⟩ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥} \times \text{س} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧}$ فان : $\text{س} = \ldots$

⟨٣⟩ $\left((-١)^{٢}\right)^{٥} - \left((-١)^{٣}\right)^{٢} = \ldots\ldots$

⟨٤⟩ $\frac{٤^{٤}}{٤^{٣}} + \frac{٤^{٣}}{٤^{٢}} + \frac{٤^{٢}}{٤} + ٤ = ٢^{\ldots}$

⟨٥⟩ $٢^{٢\text{س}} \times ٤^{\text{س}} = ٤^{\ldots}$

⟨٦⟩ الأكبر فى العددين :

$\left((-٣)^{٥}\right)^{٣}$ ، $\left((-٣)^{٢}\right)^{٤}$ هو العدد ....

⟨٧⟩ $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} \div \left(-\frac{٢}{٩}\right)^{٢}$

---

٤ إذا كان : $\text{س} = -\frac{٢}{٣}$ ، $\text{ص} = \frac{١}{٢}$ ، $\text{ع} = -\frac{٣}{٤}$

فأوجد في ابسط صورة القيمة العددية لكل من:

⟨١⟩ $\text{س}^{٢} \div \text{ع}^{٢}$

⟨٢⟩ $٩\text{س}\,\text{ص}^{٣} + ٤\text{ص}^{٢}\,\text{ع}^{٢}$

⟨٣⟩ $\frac{٨}{٩}\,\text{ع}^{٣} - \frac{٩}{٨}\,\text{س}^{٣}\,\text{ص}$

---

٥ إذا كان : $\text{أ} = -\frac{١}{٢}$ ، $\text{ب} = ٢$ ، $\text{ج} = \frac{٣}{٤}$

فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار :

$\text{أ}^{٣}\,\text{ب}^{٢} + \text{ب}^{٢}\,\text{ج} - ٨\,\text{أ}\,\text{ب}\,\text{ج}$

تمارين (٣)

١ اختر الاجابة الصحيحة :

(١) $\frac{١٦أ^{٢} س^{٤}}{١٢أ^{٣} س^{٣}} = ...$

$٣أ^{٥} س^{٧}$	$٣أ س$	$\frac{٣س}{أ}$	$\frac{٣}{أ س}$

(٢) $\frac{(-٢س^{٢} ص)^{٢}}{(-٤س ص^{٢})^{٢}} = ...$

$\frac{س^{٣}}{٢ص}$	$-\frac{س^{٤}}{٢ص}$	$\frac{س^{٥}}{٢ص^{٢}}$	$\frac{س^{٤}}{ص}$

(٣) $\left(\frac{م^{٢}}{ن^{-٣}}\right)^{-١} \left(\frac{٣م^{-٢}}{ن^{-٢}}\right)^{-٢} = ...$

$\frac{٩م^{٢}}{ن^{٧}}$	$\frac{م^{٢}}{٩ن^{٧}}$	$\frac{م^{٢}}{٩ن}$	$\frac{٩م^{٦}}{ن}$

(٤) $\frac{(٢أب^{-٢})^{٠}}{٣أ^{٠} ب^{-٢}} = ...$

$\frac{أ^{٣}}{٣ب^{٣}}$	$\frac{أ^{٢}}{ب}$	$أ^{٢}$	١

٢ اختصر لأبسط صورة :

(١) $\frac{(ص^{٢})^{-٣} \times (ص^{-١})^{٢}}{ص^{-٣} \times ص^{-٤}}$

(٢) $(س + س^{-١})^{٢}$

(٣) $\frac{أ^{-١}}{ب^{٢}} \times \left(\frac{أ^{-١}}{٢ب^{٢}}\right)^{-٢}$

٣ أكمل ما يأتى :

(١) $٢^{-٣} جـ^{٠} = ...$

(٢) $(ب^{-١})^{-٣} = ب^{...}$

(٣) $٢س^{-٣} = \frac{٢}{......}$

(٤) $(٣س^{-١})^{٢} = ٩س^{...} = \frac{٩}{...}$

(٥) $(٣ص^{-٢})^{-٢} = ...$

(٦) $(٣أ^{٢})^{-١} = \frac{١}{...}$

(٧) $٢س^{-٢} ص^{-٣} = \frac{٢}{......}$

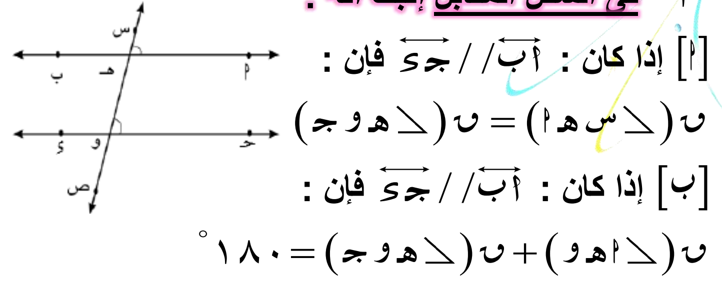
٤ احسب قيمة : $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{س} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{ص}$ فى كل من الحالتين الآتيتين :

(١) س = −٢ ، ص = ٢

(٢) س = −١ ، ص = ٢

تمارين (١)

١ فى الشكل المقابل إثبت أنه :



[أ] إذا كان : أب // جـ ء فإن :

ق(∠س هـ أ) = ق(∠هـ و جـ)

[ب] إذا كان : أب // جـ ء فإن :

ق(∠أ هـ و) + ق(∠هـ و جـ) = ١٨٠°

---

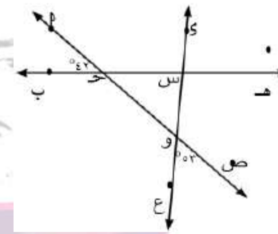
٢ إثبت أن :

[أ] المســتقيم العمودى على أحد مســتقيمين متوازيين يكون عموديا على الآخر.

[ب] إذا وازى مســتقيمان مســتقيما ثالثا كان هذان المستقيمان متوازيان.

---

٣ فى الشكل المقابل :



إثبت أن :

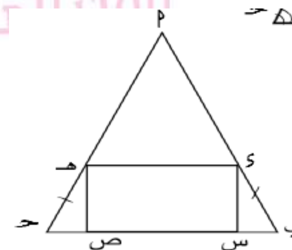
ق(∠ء س هـ) = ٨٥°

ثم أوجد :

ق(∠ء س جـ) ، ق(∠هـ س و)

---

٤ فى الشكل المقابل :



هـ جـ = ء ب ، ء س ص هـ

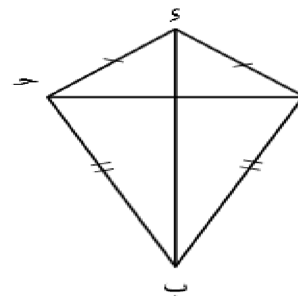
مستطيل

إثبت أن :

ق(∠أ ء هـ) = ق(∠أ هـ ء)

---

٥ فى الشكل المقابل :



أ ء = جـ ء ، أ ب = ب جـ

استخدم خاصية تطابق المثلثين

فى إثبات أن :

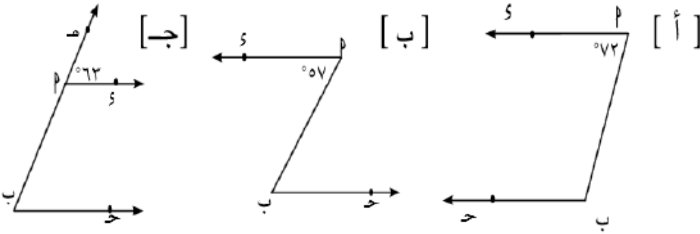
[أ] ب ء ينصف ∠ أ ء جـ

[ب] أ جـ ، ب ء متعامدان

---

٦ فى كل من الأشــكال الآتية : إذا كان أ ء // ب جـ

فعين مع ذكر السبب : ق(∠أ ب جـ) :

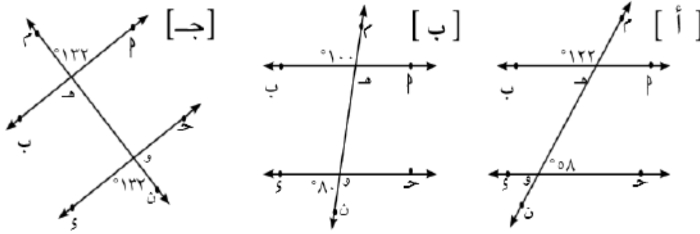


---

٧ فى كل من الأشــكال الآتية : إذا كان م ن يقطع

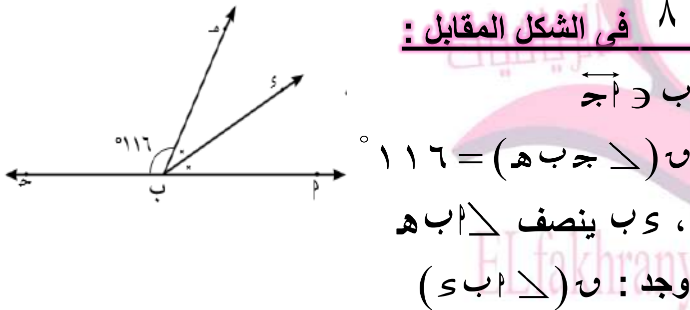
أ ب ، جـ ء فى هـ ، و علــى التــرتيــب إثبــت أن :

أ ب // جـ ء



---

٨ فى الشكل المقابل :



ب ∈ أ جـ

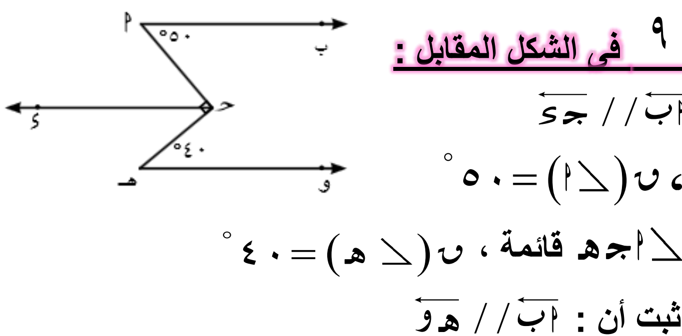
ق(∠جـ ب هـ) = ١١٦°

، ب ء ينصف ∠أ ب هـ

أوجد : ق(∠أ ب ء)

---

٩ فى الشكل المقابل :



أ ب // جـ ء

، ق(∠أ) = ٥٠°

∠أ جـ هـ قائمة ، ق(∠ هـ) = ٤٠°

إثبت أن : أ ب // هـ و

---

١٠ أ ب جـ ء شــبــه منحرف أ ء // ب جـ ، هـ منتصــف أ ب ، رســم هـ س // ب جـ ويقطع ب ء فى س ، جـ ء فى ص ، ورســـم ص ع // ء ب ويقطع ب جـ فى ع إثبت أن : ء س = ص ع

تمارين (٢)

١ أكمل :

(١) المضلع المنتظم هو مضلع فيه : .... ، ....

(٢) مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى = ...

(٣) مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السباعى = ...

(٤) مجموع قياسات الزوايا الخارجة للشكل السداسى = ...

(٥) إذا كان محيط مضلع منتظم ٨٠ سم وطول ضلعه ١٠ سم فإن قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ...

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة :

(١) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = ..

$ن \times ١٨٠^\circ$	$(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$
$\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$	$\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{٢ن}$

(٢) قياس الزاوية الداخلة للمضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ١٠ أضلاع يساوى ......

٧٢°	١٠٨°	١٤٤°	١٥٠°

(٣) إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ١٣٥° فإن عدد أضلاعه يساوى .....

٦	٤	٧	٨

(٤) فى الشكل الرباعى أ ب جـ د إذا كان :

$ق(\angle أ) = ٢ ق(\angle ب) = ق(\angle جـ) = ٩٦^\circ$

فإن : $ق(\angle د) = ...^\circ$

٩٦°	٤٨°	١٢٠°	١٤٤°

٣ أوجد عدد أقطار كل من الأشكال الآتية :

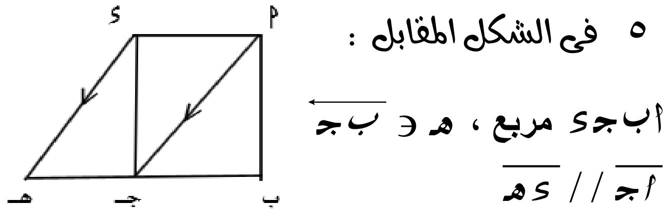
(١) المثلث (٢) الشكل الرباعى (٣) الشكل السداسى

٤ أوجد عدد أضلاع مضلع محدب إحدى زواياه :

(١) ١٤٠° (٢) ١٣٥°

---

٥ فى الشكل المقابل :



أ ب جـ د مربع ، هـ ∈ $\overrightarrow{ب جـ}$

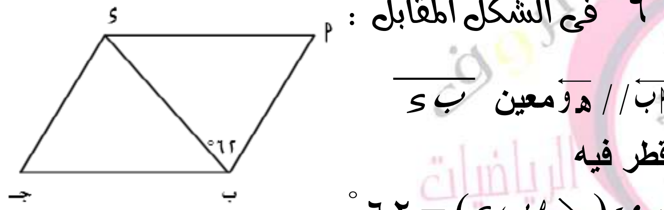
$\overline{أ جـ} // \overline{د هـ}$

(١) إثبت أن : أ جـ هـ د متوازى أضلاع

(٢) أوجد : $ق(\angle أ جـ هـ)$

---

٦ فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب} // \overline{هـ}$ ومعين $\overline{ب د}$ قطر فيه

، $ق(\angle أ ب د) = ٦٢^\circ$

أوجد بالبرهان : $ق(\angle أ)$

---

٧ مضلع له ٩ أضلاع ومجموع قياسات ثمان من زواياه هو ١١٤٠° :

(١) أوجد قياس الزاوية الباقية.

(٢) هل يمكن أن يكون هذا المضلع منتظما ؟ وضح إجابتك.

---

١٠ عدد أضلاع مضلع ١٥ ضلعا :

(١) أوجد مجموع قياسات زواياه الداخلة والخارجة

(٢) إذا كان مجموع قياسات خمسة من زواياه الخارجة يساوى ٢٠٠° أوجد مجموع قياسات الزوايا العشر الداخلة غير المجاورة للزوايا الخمسة الخارجة.

الضرب المتكرر

* يقصد بالضرب المتكرر
تكرار ضرب العدد في نفسه عدد من المرات

فمثلا" $٤ \times ٤ \times ٤ = ٤^{٣}$

* العدد ٤ هو المتكرر يسمى الأساس ، العدد ٣ هو عدد مرات تكرار الضرب و يسمى الأس

بصفة عامة

اذا كان $م \in ص$ فان

$م \times م \times م \times$ .... ن من المرات $= م^{ن}$

قواعد هامة

(١) فى حالة ضرب الأساسات المتشابهة يؤخذ أساس مشترك و نجمع الأسس

$٢^{٣} \times ٢^{٤} = ٢^{٧}$

* $م^{م} \times م^{ن} = م^{م + ن}$

(٢) في حالة قسمة الأساسات المتشابهة يؤخذ أساس مشترك و نطرح الأسس

$٢^{٧} \div ٢^{٣} = ٢^{٤}$

* $م^{م} \div م^{ن} = م^{م - ن}$

(٣) في حالة عدم توفر شروط القواعد السابقة يتم الحل بالفــــــــك

مثال١

$٢^{٣} + ٢^{٢} = ٢ \times ٢ \times ٢ + ٢ \times ٢ = ٨ + ٤ = ١٢$

مثال٢

$٢^{٣} - ٢^{٢} = ٢ \times ٢ \times ٢ - ٢ \times ٢ = ٨ - ٤ = ٤$

مثال٣

$٤^{٣} \times ٢^{٢} = ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٢ \times ٢ = ٦٤ \times ٤ = ٢٥٦$

مثال٤

$٤^{٣} \div ٢^{٢} = ٤ \times ٤ \times ٤ \div ٢ \times ٢ = ٦٤ \div ٤ = ١٦$

(٤) أىعدد صحيح أس صفر = ١ ما عدا الصفر

$٥^{٠} = ١$ ، $(-٣)^{٠} = ١$ ، $-٣^{٠} = -١$

* $م^{م} \div م^{م} = م^{م - م} = م^{٠} = ١$

$(ص - ٥)^{صفر} = ١$ بشرط $ص \neq ٥$

$(ص + ٣)^{صفر} = ١$ بشرط $ص \neq -٣$

(٥) إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجى كان الناتج موجباً

إذا كان الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردى كان الناتج سالباً

$(-٣)^{٢} = ٩$ ، $(-٣)^{٣} = -٢٧$

$-٣^{٢} = -٩$ ، $-٣^{٣} = -٢٧$

$٣^{٣} = ٢٧$

(٦)

(١) $(م ب)^{٢} = م^{٢} ب^{٢}$

(٢) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٢} = \frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$

(٣) $(م^{٣})^{٢} = م^{٦}$

تدريبـــات

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$

(٢) $(\frac{-4}{5})^2 = \frac{16}{25}$

(٣) $(\frac{-2}{3})^3 = \frac{-8}{27}$

(٤) $(-2\frac{1}{3})^2 = (\frac{-7}{3})^2 = \frac{49}{9}$

(٥) $(2\frac{1}{4})^2 \times (-2\frac{2}{3})^2$

$= (\frac{9}{4})^2 \times (\frac{-8}{3})^2$

$= \frac{81}{16} \times \frac{64}{9} = 36$

(٦) $(1\frac{3}{7})^2 \div (-2\frac{1}{2})^3$

$= (\frac{10}{7})^2 \div (\frac{-5}{2})^3$

$= \frac{100}{49} \div \frac{-125}{8}$

$= \frac{100}{49} \times \frac{8}{-125} = \frac{-32}{245}$

(٧) $(2\frac{7}{9}) \div (1\frac{2}{3})^2$

$= \frac{25}{9} \div (\frac{5}{3})^2$

$= \frac{25}{9} \div \frac{25}{9}$

$= \frac{25}{9} \times \frac{9}{25} = 1$

(٨) $(2\text{س})^2 \times \frac{1}{\text{س}}$

$= 4\text{س}^2 \times \frac{1}{\text{س}} = \frac{4\text{س}^2}{\text{س}} = 4\text{س}$

(٩) $(\frac{\text{أ}}{\text{ب}})^2 \times \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}}$

$= \frac{\text{أ}^2}{\text{ب}^2} \times \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}} = \frac{\text{أ}^2}{\text{جـ}}$

(١٠) إذا كان $\text{س} = \frac{1}{2}$ ، $\text{ص} = \frac{3}{4}$

أوجد قيمة $\text{س}^4 + \text{س}^2$

$(\frac{1}{2})^4 + (\frac{3}{4})^2$

$= \frac{1}{16} + \frac{9}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

القوى الصحيحة غير السالبة

* $(\frac{س}{ص})^{م} \times (\frac{س}{ص})^{ن} = (\frac{س}{ص})^{م+ن}$

* $(\frac{س}{ص})^{م} \div (\frac{س}{ص})^{ن} = (\frac{س}{ص})^{م-ن}$

تدريبات

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $(\frac{٣}{٤})^{٢} \times (\frac{٣}{٤})^{٣} = (\frac{٣}{٤})^{٥} = \frac{٢٤٣}{١٠٢٤}$

(٢) $(\frac{٣}{٥})^{٧} \div (\frac{٣}{٥})^{٥} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

(٣) $(\frac{-٢}{٣})^{٢} \times (\frac{-٢}{٣})^{٣} = (\frac{-٢}{٣})^{٥} = \frac{-٣٢}{٢٤٣}$

(٤) $(\frac{-٢}{٣})^{٥} \times (\frac{٢}{٣})^{٣} = -(\frac{٢}{٣})^{٢} = \frac{-٤}{٩}$

(٥) $((\frac{٣}{٤})^{٢})^{٣} = (\frac{٣}{٤})^{٦} = \frac{٧٢٩}{١٠٢٤}$

(٦) $((\frac{-٢}{٣})^{٤})^{٢} = (\frac{-٢}{٣})^{٨} = \frac{٢٥٦}{٦٥٦١}$

(٧) $((\frac{-٢}{٥})^{٤})^{صفر} = (\frac{-٢}{٥})^{صفر} = ١$

القوى الصحيحة السالبة

أوجد ناتج ما يأتى

(١) $\frac{٢^{-٣}}{٥^{-٢}} = \frac{٥^{٢}}{٢^{٣}} = \frac{٢٥}{٨}$

(٢) $\frac{٧^{-٣}}{٧^{-٢}} = \frac{٧^{٢}}{٧^{٣}} = ٧^{٢-٣} = ٧^{-١} = \frac{١}{٧}$

(٣) $(\frac{٣}{٤})^{-٢} = \frac{٣^{-٢}}{٤^{-٢}} = \frac{٤^{٢}}{٣^{٢}} = (\frac{٤}{٣})^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

(٤) $(\frac{٦^{٤}}{٦^{٥}})^{-٢} = (\frac{٦^{٥}}{٦^{٤}})^{٢} = \frac{٦^{١٠}}{٦^{٨}} = ٦^{٢} = ٣٦$

(٥) $٧^{-٢} = \frac{١}{٧^{٢}} = \frac{١}{٤٩}$

(٦) $(\frac{٦^{٤} \times ٦^{-٢}}{٦^{٣}})^{-٢} = (\frac{٦^{٢}}{٦^{٣}})^{-٢} = (\frac{٦^{٣}}{٦^{٢}})^{٢}$
$= \frac{٦^{٦}}{٦^{٤}} = ٦^{٢} = ٣٦$

(٧) $٧ س^{-١} = \frac{٧}{س}$

(٨) $٥ س^{-٢} ص^{-٣} = \frac{٥}{س^{٢} ص^{٣}}$

(٩) $٣ س^{-٢} ص^{٤} = \frac{٣ ص^{٤}}{س^{٢}}$

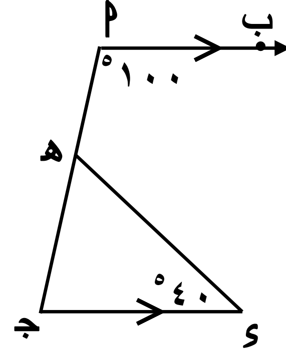
(١٠) $(٣^{٢})^{-٢} = ٣^{-٤} = \frac{١}{٣^{٤}} = \frac{١}{٨١}$

البرهان الإستدلالى

(١) فى الشكل المقابل

$\overleftarrow{ﻣب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، ق(∠ ﻣ) = ١٠٠°، ق(∠ ى) = ٤٠°

أوجد ق(∠ ﻣهـ ى)



∵ $\overleftarrow{ﻣب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، $\overline{ﻣ جـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ﻣ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

فى Δ ى هـ جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠هـ) = ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

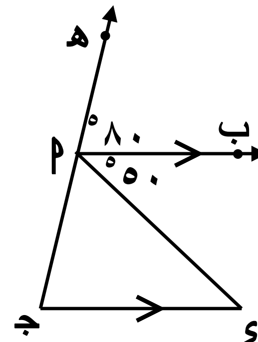
∵ هـ ∈ $\overline{ﻣجـ}$

∴ ق(∠ﻣهـ ى) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°

---

(٢) فى الشكل المقابل

$\overleftarrow{ﻣب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، ق(∠ب ﻣ هـ) = ٨٠°، ق(∠ب ﻣ ى) = ٥٠° أوجد ق(∠ ى) ، (∠جـ)



∵ $\overleftarrow{ﻣب}$ // $\overleftarrow{جـ ى}$ ، $\overleftarrow{جـ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ى) = ق(∠ب ﻣ ى) = ٥٠° بالتبادل

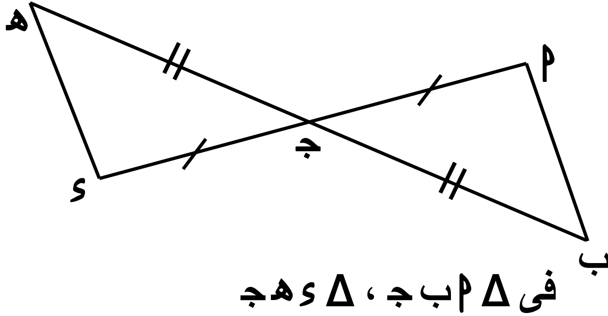
∵ $\overleftarrow{ﻣب}$ // $\overleftarrow{جـ ى}$ ، $\overleftarrow{جـ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب ﻣ هـ) = ٧٠° بالتناظر

---

(٣) فى الشكل المقابل

ﻣ جـ = ى جـ ، ب جـ = هـ جـ اثبت أن $\overline{ﻣب}$ // $\overline{هـ ى}$



فى Δ ﻣ ب جـ ، Δ ى هـ جـ

فيهما:
- ﻣ جـ = ى جـ
- ب جـ = هـ جـ
- ق(∠ﻣ جـ ب) = ق(∠ى جـ هـ) بالتقابل بالرأس

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

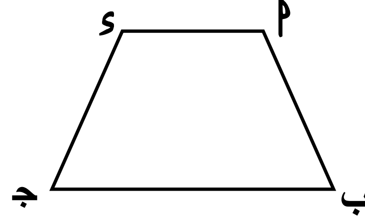
ق(∠هـ) = ق(∠ب) وهما فى وضع تبادل

∴ $\overline{ﻣب}$ // $\overline{هـ ى}$

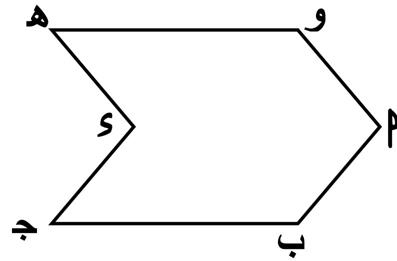
المضلع

المضلع هو خط بسيط مغلق يتكون من إتحاد عدة قطع مستقيمة تسمى أضلاع المضلع

المضلع المحدب هو مضلع جميع زواياه الداخلة إما حادة أو قائمة أو منفرجة ولا توجد به زاوية منعكسة

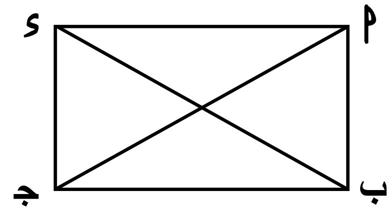


المضلع المقعر هو مضلع توجد به زاوية منعكسة على الأقل



ضلع المضلع هو قطعة مستقيمة واصلة بين رأسين متتاليتين فى المضلع

قطر المضلع هو قطعة مستقيمة واصلة بين رأسين غيرمتتاليتين فى المضلع



علاقات هامة

(١) محيط أى مضلع = مجموع أطوال أضلاعه

(٢) المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه متساوية فى الطول و جميع زواياه متساوية فى القياس

(٣) عدد أقطار المضلع = $\frac{ن(ن - ٣)}{٢}$

(٤) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = $(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$

(٥) قياس كل زاوية داخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه ن = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$

(٦) عدد أضلاع مضلع منتظم = $\frac{٣٦٠^\circ}{١٨٠^\circ - س^\circ}$

(٧) مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأى مضلع = ٣٦٠°

(٨) قياس الزاوية الخارجة عن المضلع المنتظم = ١٨٠° – قياس الزاوية الداخلة

(٩) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث متساوى الأضلاع = $١٨٠^\circ - ٦٠^\circ = ١٢٠^\circ$

(١٠) المضلع الذى ليس له أقطار هو المثلث

(١١) المضلع الرباعى المنتظم هو المربع

(١٢) المضلع الثلاثى المنتظم هو المثلث متساوى الأضلاع

تدريبات

(١) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع
= (ن – ٢) × ١٨٠°
= (٦ – ٢) × ١٨٠° = ٧٢٠°

---

(٢) إحسب مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع
= (ن – ٢) × ١٨٠°
= (٤ – ٢) × ١٨٠° = ٣٦٠°

(٣) إحسب قياس الزاوية الداخلة للشكل الخماسى المنتظم

= (ن – ٢) × ١٨٠° / ن

= (٥ – ٢) × ١٨٠° / ٥ = ١٠٨°

---

(٤) إحسب عدد أقطار الشكل السداسى

= ن (ن – ٣) / ٢ = ٦ (٦ – ٣) / ٢ = ٩

---

(٥) إحسب عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٠٨°

= ٣٦٠° / (١٨٠° – س°) = ٣٦٠° / (١٨٠° – ١٠٨°) = ٥

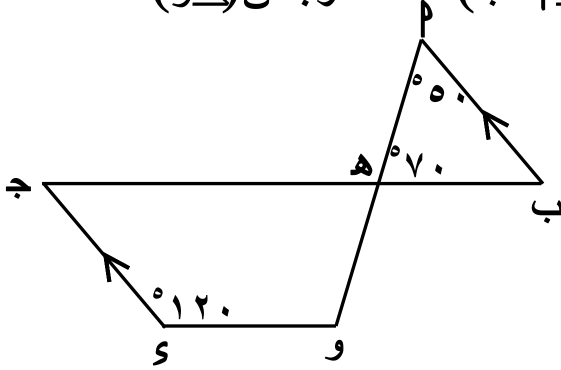
---

(٦) إحسب محيط مضلع ثمانى منتظم طول ضلعه ٣ سم

المحيط = ٨ × ٣ = ٢٤ سم

(٧) فى الشكل المقابل

أب // جء ،ق(∠جءو)= ١٢٠°،ق(∠أ)= ٥٠° ،ق(∠أهب)= ٧٠° أوجد ق(∠و)



فى Δ أبهـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°
∴ ق(∠ب) = ١٨٠° - (٧٠° + ٥٠°)= ٦٠°

∵ ق(∠أهب) = ق(∠وهـ جـ) = ٧٠° بالتقابل بالرأس

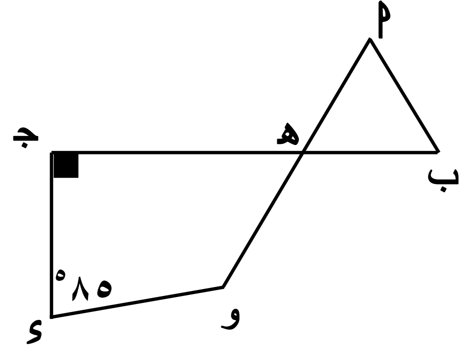
∵ أب // جء ، بجـ قاطع لهما
∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٦٠° بالتبادل

فى الشكل الرباعى هـ و ء جـ
∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°
∴ ق(∠و) =
٣٦٠° - (٧٠° + ٦٠° + ١٢٠°)= ١١٠°

(٨) فى الشكل المقابل

Δ ٩ ب هـ متساوى الأضلاع ،ق(∠جـ)= ٩٠°

،ق(∠ ٤)= ٨٥° أوجد ق(∠و)



∵ Δ ٩ ب هـ متساوى الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زواياه الداخلة = ٦٠°

∴ ق(∠٩هـ ب) = ٦٠°

∵ق(∠٩هـ ب) = ق(∠و هـ جـ)= ٦٠°

بالتقابل بالرأس

فى الشكل الرباعى هـ و ء جـ

∵مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ق(∠و) =

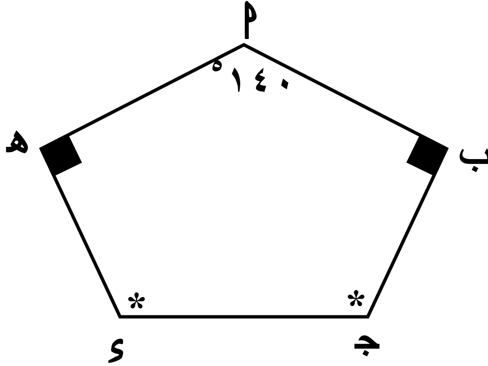
٣٦٠° - (٩٠° +٦٠°+٨٥°)= ١٢٥°

(٩) فى الشكل المقابل

٩ ب جـ ء هـ شكل خماسى فيه

ق(∠ب) = ق(∠هـ)= ٩٠° ، ق(∠جـ)= ١٤٠°

ق(∠جـ) =ق(∠ ء) أوجد ق(∠جـ)



فى الشكل الخماسى ٩ ب جـ ء هـ

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع الخماسى

= (ن – ٢) × ١٨٠°

= (٥ – ٢) × ١٨٠° = ٥٤٠°

∴ق(∠جـ) + ق(∠ ء) =

٥٤٠° - (٩٠° +٩٠°+١٤٠°)= ٢٢٠°

∵ ق(∠جـ) = ق(∠ ء)

∴ق(∠جـ) = ٢٢٠° ÷ ٢ = ١١٠°

الوحدة الأولى : الجبر والأعداد

الضرب المتكرر فى ن

نعلم أن :

$(٣)^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$ حيث : ٣ تكررت ٤ مرات فى عملية الضرب

، وتقرأ " ٣ أس ٤ "

ملاحظة :

$(-٣)^{٤} = ٨١$ بينما $(-٣)^{٣} = -٢٧$

أى أن : $(-س)^{م} = (س)^{م}$ إذا كان م عدداً صحيحاً زوجياً

، $(-س)^{م} = -(س)^{م}$ إذا كان م عدداً صحيحاً فردياً

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد	الأسس " القوى " غير السالبة								
س	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	$س^{٥}$	$س^{٦}$	$س^{٧}$	$س^{٨}$	$س^{٩}$	$س^{١٠}$
٢	٤		١٦			١٢٨			١٠٢٤
−٢		−٨	١٦			−١٢٨		−٥١٢	
٣	٩		٨١						
−٣		−٢٧		−٢٤٣					

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً ، ن عدداً صحيحاً موجباً فإن :

$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \cdots \times \frac{أ}{ب}$ حيث مكرر كعامل ن من المرات

، ويقرأ $\frac{أ}{ب}$ أس ن أو القوة النونية للعدد $\frac{أ}{ب}$ أى أن : $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$

ملاحظة : $(\frac{أ}{ب})^{صفر} = ١$ حيث : أ $\neq$ صفر

مثـال١ : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{٣}{٤})^{٣} \times (\frac{٢}{٣})^{٤}$

الحـــــل

المقدار $= -\frac{٢٧}{٦٤} \times \frac{١٦}{٨١} = \frac{-١}{١٢}$

مثـ٢ـال : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{3}{5})^{3} \times \frac{25}{27}$

الحــــل

المقدار = $-\frac{27}{125} \times \frac{25}{27} = \frac{-1}{5}$

مثـ٣ـال : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{2}{3})^{3} \times (\frac{1}{3})^{3} \div (-\frac{2}{9})^{2}$

الحــــل

المقدار = $-\frac{8}{27} \times \frac{1}{27} \div \frac{4}{81} = -\frac{8}{27} \times \frac{1}{27} \times \frac{81}{4} = \frac{-2}{9}$

مثـ٤ـال : أوجد قيمة $(-\frac{1}{2})^{3} \div [\,8 \times (-\frac{1}{2})^{2} \times \frac{3}{4}\,]$

الحــــل

المقدار = $\frac{-1}{8} \div [\,8 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\,] = \frac{-1}{8} \div \frac{3}{2} = \frac{-1}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{-1}{12}$

مثـ٥ـال : إذا كانت: أ $= -\frac{1}{2}$ ، ب $= 2$ ، جـ $= \frac{3}{4}$

أوجد القيمة العددية للمقدار: أ^{3} ب^{2} + ب^{2} جـ − ٨ أ ب جـ

الحــــل

المقدار = $(-\frac{1}{2})^{3} \times (2)^{2} + (2)^{2} \times \frac{3}{4} - 8 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{4}$

$= \frac{-1}{8} \times 4 + 4 \times \frac{3}{4} - 8 \times \frac{3}{4} = \frac{-1}{2} + 3 - 6 = \frac{-1}{2} - 3 = \frac{-1-6}{2} = \frac{-7}{2}$

تدريب : أكمل ما يأتى

(١) $6\frac{1}{4} = (\ldots\ldots)^{2}$ (٢) $3\frac{3}{8} = (\ldots\ldots)^{3}$

(٣) $(-\frac{2}{5})^{2} \times (-\frac{5}{2})^{3} \times (\frac{1}{5})^{\text{صفر}} = \ldots\ldots$

(٤) $(\frac{1}{2})^{2} \times (-\frac{1}{2})^{3} \div (-\frac{1}{2})^{4} = \ldots\ldots$

القوى الصحيحة غير السالبة

نعلم أن :

$$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} = \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)$$

$$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \text{ ،}$$

و بالتالى فإن :

$$[١] \quad \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \left[\left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)\right] \times \left[\left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٨} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥+٣}$$

$$[٢] \quad \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} \div \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \frac{\left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)}{\left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢}\right)} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥-٣}$$

$$[٣] \quad \left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥+٥+٥}$$

$$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{١٥} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥\times٣}$$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة :

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً ، ن ، م عددين صحيحين غير سالبين فإن :

$$[١] \quad \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن+م}$$

" عند ضرب الأساسات المتحدة نجمع الأسس "

$$[٢] \quad \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن-م}$$

" حيث $ن \geq م$ "

" عند قسمة الأساسات المتحدة نطـرح الأسس "

$$[٣] \quad \left(\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن\times م}$$

ملاحظات :

إذا كان : $\frac{س}{ص}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ عددين نسبيين ، ن عدد صحيح غير سالب فإن :

$$* \quad \left(\frac{س}{ص} \times \frac{جـ}{ء}\right)^{ن} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} \times \left(\frac{جـ}{ء}\right)^{ن}$$

$$* \quad \left(\frac{س}{ص} \div \frac{جـ}{ء}\right)^{ن} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} \div \left(\frac{جـ}{ء}\right)^{ن}$$

حيث $\frac{جـ}{ء} \neq$ صفر

مثـال ١ : أوجد قيمة $(\frac{٣}{٢})^{٢} \times \frac{٣}{٢} \times (\frac{٣}{٢})^{٣}$

الحــــــــل

المقدار $= (\frac{٣}{٢})^{٢+١+٣} = (\frac{٣}{٢})^{٦} = \frac{٣^{٦}}{٢^{٦}} = \frac{٧٢٩}{٦٤}$

مثـال ٢ : أوجد قيمة $(\frac{٣}{٥})^{٥} \times (\frac{٣}{٥})^{٤} \div (\frac{٣}{٥})^{٧}$

الحــــــــل

المقدار $= (\frac{٣}{٥})^{٥+٤} \div (\frac{٣}{٥})^{٧} = (\frac{٣}{٥})^{٩} \div (\frac{٣}{٥})^{٧} = (\frac{٣}{٥})^{٩-٧} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

مثـال ٣ : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{١}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٢})^{٥}$

الحــــــــل

المقدار $= -(\frac{١}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٢})^{٥} = -(\frac{١}{٢})^{٣+٥} = -(\frac{١}{٢})^{٨} = \frac{-١}{١٢٨}$

مثـال ٤ : أوجد فى أبسط صورة $\left[\frac{س\,ص}{ع}\right]^{٢}$

الحــــــــل

المقدار $= \left[\frac{س\,ص}{ع}\right]^{٢} = \frac{س^{٢}ص^{٢}}{ع^{٢}}$

مثـال ٥ : أوجد فى أبسط صورة $\left[\frac{س^{٢}ص^{٢}}{ع^{٣}ل^{٤}}\right]^{٢}$

الحــــــــل

المقدار $= \frac{س^{٤}ص^{٤}}{ع^{٦}ل^{٨}}$

مثـال ٦ : أوجد فى أبسط صورة قيمة $\left[\frac{٥^{٢} \times ٥^{٤}}{٥^{٥}}\right]^{٢}$

الحــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٥^{٢+٤}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = \left(\frac{٥^{٦}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥$

مثـ٧ـال : أوجد قيمة $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣}$

الحـــــــل

المقدار = $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦} = \frac{١}{٦٤}$

مثـ٨ـال : إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة $س^{٩} ص^{١٠}$

الحـــــــل

المقدار = $س^{٩} \times ص^{٩} \times ص = (س\ ص)^{٩} \times ص = (٣ \times \frac{١}{٣})^{٩} \times \frac{١}{٣}$

$= (١)^{٩} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

مثـ٩ـال : إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة $س^{١٢} ص^{١٠}$

الحـــــــل

المقدار = $س^{٢} \times س^{١٠} \times ص^{١٠} = س^{٢} \times (س\ ص)^{١٠} = ٣^{٢}\ (٣ \times \frac{١}{٣})^{١٠}$

$= ٩ \times (١)^{١٠} = ٩ \times ١ = ٩$

مثـ١٠ـال : إذا كان $(\frac{٣}{٤})^{٥} \times س = (\frac{٣}{٤})^{٧}$ أوجد قيمة س

الحـــــــل

حيث أن : $(\frac{٣}{٤})^{٥} \times س = (\frac{٣}{٤})^{٧}$

$س = (\frac{٣}{٤})^{٧} \div (\frac{٣}{٤})^{٥} = (\frac{٣}{٤})^{٧-٥} = (\frac{٣}{٤})^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

مثـ١١ـال : أثبت أن $٥^{٢٠} + ٥^{٢١}$ يقبل القسمة على ٦

الحـــــــل

المقدار = $٥^{٢٠}\ (١ + ٥^{١}) = ٥^{٢٠} \times ٦$

٦ أحد عوامل المقدار ∴ المقدار يقبل القسمة على ٦

تمـــــارين

[١] أكمل ما يأتى

(١) $(\frac{١}{٥})^{٣} \times (\frac{١}{٥})^{٢} = \ldots\ldots$

(٢) $(\frac{١}{٢})^{٦} \div (\frac{١}{٢})^{٣} = \ldots\ldots$

(٣) $(-\frac{٣}{٤})^{٣} \times (-\frac{٣}{٤})^{٥} \div (\frac{٣}{٤})^{٦} = \ldots\ldots$

(٤) $((\frac{٢}{٣})^{٢})^{٤} = \ldots\ldots$

(٥) $((-٢\frac{١}{٢})^{٢})^{٢} = \ldots\ldots$

[٢] أحسب قيمة كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :-

(أ) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٧}}$ (ب) $\frac{٥^{٤} \times ٥^{٦}}{٥^{٢} \times ٥^{٥}}$ (جـ) $\frac{(-٣)^{٤} \times ٣^{٤}}{(-٣)^{٦}}$

(ء) $\frac{٥^{١٢}}{٥^{٤} \times ٥^{٥}}$ (س) $\frac{\text{س}^{٤} \times \text{ص}^{٣} \times \text{س}^{٥}}{\text{س}^{٦} \times \text{ص}^{٢}}$ (ع) $\frac{\text{س ص}^{٢} \times \text{س}^{٢}\text{ ص}}{\text{س}^{٢}\text{ ص}^{٢}}$

[٣] ضع على صورة $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{\text{ن}}$

(أ) $٣\frac{٣}{٨}$ (ب) $١\frac{٩}{١٦}$ (جـ) $٢\frac{٧}{٩}$ (ء) $٢\frac{١٠}{٢٧}$

[٤] إذا كانت : $\text{س} = -\frac{١}{٢}$ ، $\text{ص} = \frac{١}{٤}$ ، $\text{ع} = ٤$

فإن $(\text{س} + \text{ص})^{٣} \times \text{ع}^{٣} = \ldots\ldots$ فى أبسط صورة

[٥] إذا كانت : $\text{س} = \frac{١}{٢}$ ، $\text{ص} = -\frac{٣}{٤}$ ، $\text{ع} = \frac{٣}{٢}$

فاوجد $(\text{س}^{٢}\text{ ع} \div \text{ص}^{٢})$ فى أبسط صورة :

القوى الصحيحة السالبة

لاحظ ما يلى :

$٢^{٣} = ٨$ ، $٢^{٢} = ٤$ ، $٢^{١} = ٢$

$٢^{٠} = ١$

$٢^{-١} = \frac{١}{٢}$　　أى أن : $٢^{-١} = \frac{١}{(٢)^{١}} = \frac{١}{٢}$

$٢^{-٢} = \frac{١}{٤}$　　أى أن : $٢^{-٢} = \frac{١}{(٢)^{٢}} = \frac{١}{٤}$

وعلى هذا فإن : إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر، ن عدداً صحيحاً موجباً

فإن : $\text{س}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{س}^{\text{ن}}}$ ، $\text{س}^{\text{ن}} = \frac{١}{\text{س}^{-\text{ن}}}$

نلاحظ أن : $\text{م}^{\text{ن}} \times \text{م}^{-\text{ن}} = \text{م}^{\text{ن}-\text{ن}} = \text{م}^{\text{صفر}} = ١$ أى أن $\text{م}^{\text{ن}}$ ، $\text{م}^{-\text{ن}}$ هو المعكوس الضربى للآخر

مثـال١ : أوجد قيمة $\frac{٥^{-٢} \times ٥^{٨}}{٥^{٤}}$

الحــــــل

المقدار $= \frac{٥^{-٢+٨}}{٥^{٤}} = \frac{٥^{٦}}{٥^{٤}} = ٥^{٦-٤} = ٥^{٢} = ٢٥$

مثـال٢ : أوجد قيمة $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٤} \div \left(١\frac{٢}{٣}\right)^{-٧}$

الحــــــل

المقدار $= \left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٤} \div \left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٧} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٤+٧} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

مثـال٣ : أوجد قيمة $\left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٦} \div \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٤}$

الحــــــل

المقدار $= \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٦} \div \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٤} = \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٦+٤} = \left(\frac{٧}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٧}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤٩}$

مثـــال ٤ : أختصر لابسط صورة $\left(\frac{ه^{٣} \times ه^{-٢}}{ه^{-١} \times ه^{٤}}\right)^{-٢}$

الحـــــــــــــل

المقدار $= \left(\frac{ه^{٣ - ٢}}{ه^{-١ + ٤}}\right)^{-٢} = \left(\frac{ه^{١}}{ه^{٣}}\right)^{-٢} = (ه^{١ - ٣})^{-٢} = (ه^{-٢})^{-٢} = ه^{٤} = ٦٢٥$

تدريب : أكمل الجدول التالى :

العدد = س	الأسس " القوى " السالبة								
	$س^{-١}$	$س^{-٢}$	$س^{-٣}$	$س^{-٤}$	$س^{-٥}$	$س^{-٦}$	$س^{-٧}$	$س^{-٨}$	$س^{-٩}$
٢	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{١٦}$					
٣	$\frac{١}{٣}$		$\frac{١}{٢٧}$						

ملاحظات :

إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر ، $ن$ عدداً صحيحاً موجباً فإن :

(١) $س^{ن} \times س^{-ن} = ١$ " المحايد الضربى "

أى أن : كل من $س^{ن}$ ، $س^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر

(٢) إذا كان س ، ص عددين صحيحين لا يساويان الصفر ، $ن$ عدداً صحيحاً موجباً

فإن : $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-ن} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{ن}$

فمثلاً : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣} = \frac{٨١}{٨}$

، إذا كانت $أ = \frac{٧}{٣}$ فإن $أ^{-١} = \frac{٣}{٧}$

، إذا كانت $ب = \frac{١}{٣}$ فإن $ب^{-١} = ٣$

(٣) جميع قوانين للقوى الصحيحة غير السالبة صحيحة فى حالة الصحيحة السالبة

تدريب : أكمل ما يأتى

(١) $(\frac{١}{٥})^{-٣} = ٠٠٠٠٠$

(٢) $(-\frac{٣}{٧})^{-٢} = ٠٠٠٠$

(٣) $(٣^{-٣})^{-١} = ٠٠٠٠٠$

(٤) $س^{٥} \times س^{-٣} \times س^{-٢} = ٠٠٠٠٠$

(٥) $(ص^{٥} \times ص^{-٢})^{٣} = ٠٠٠٠٠$

(٦) $(س^{٢})^{-٣} \div (س^{-١})^{٢} = ٠٠٠٠٠$

(٧) $س^{-٢} (س^{٢} + س^{-١}) = ٠٠٠٠٠$

تمـــــارين

[١] أكمل ما يأتى :

(١) $٥ س^{صفر} = ٠٠٠٠٠$

(٢) $(٥ س)^{صفر} = ٠٠٠٠$

(٣) $\frac{٢٧}{٨} = (٠٠٠٠٠)^{٣}$

(٤) $-\frac{٦٤}{١٢٥} = (٠٠٠٠٠)^{٣}$

(٥) $١٥\frac{٥}{٨} = (٠٠٠٠)^{٣}$

(٦) $٠.٤٩ = (٠٠٠٠)^{٢}$

(٧) إذا كان : $\frac{س}{ص} = -\frac{٢}{٥}$ فإن $(\frac{س}{ص})^{٣} = ٠٠٠٠٠$

(٨) إذا كان : س $= -٣$ ، ص $= -٥$ فإن : $(\frac{س}{ص})^{٢} = ٠٠٠٠$

(٩) إذا كان س $= \frac{١}{٢}$ ، ص $= \frac{٢}{٣}$ فإن : $س^{٢} ص^{٢} = ٠٠٠٠٠$

(١٠) $(٢)^{-٣} + ١ = ٠٠٠٠٠$

(١١) $(٣ س^{-١})^{٢} = ٠٠٠٠٠$

(١٢) $(\frac{١}{٢})^{٢} + ٢^{صفر} - (٢)^{-٢} = ٠٠٠٠٠$

(١٣) $ا^{-٥} + ١ = ا^{-٥} (٠٠٠٠٠ + ٠٠٠٠٠)$ حيث $ا \neq$ صفر

[٢] أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $(\frac{١}{٢})^{صفر} + \frac{١}{٤} = ٠٠٠٠٠$

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٢) المعكوس الضربى للعدد $(\frac{٢}{٥})^{صفر} = ٠٠٠٠٠$

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $-\frac{٢}{٥}$ (جـ) ١ (د) $\frac{٥}{٢}$

(٣) المعكوس الضربى للعدد $(-١)^{٢}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $(-١)^{٣}$ Ⓑ $(-١)^{٢}$ Ⓒ $١^{٣}$ Ⓓ $١^{٢}$

(٤) المعكوس الجمعى للعدد $(-٣)^{صفر}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ ١ Ⓑ -١ Ⓒ ٣ Ⓓ $٣^{صفر}$

(٥) المعكوس الجمعى للعدد $(-\frac{٢}{٥})^{٢}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $\frac{٤}{٢٥}$ Ⓑ $-\frac{٤}{٢٥}$ Ⓒ $\frac{٢٥}{٤}$ Ⓓ $-\frac{٢٥}{٤}$

(٦) إذا كان : س = ص فإن : $(\frac{٣}{٧})^{س - ص}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $\frac{٣}{٧}$ Ⓑ $\frac{٧}{٣}$ Ⓒ ١ Ⓓ صفر

(٧) إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = ٣ فإن : $س^{ص}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $\frac{١}{٨}$ Ⓑ $-\frac{١}{٨}$ Ⓒ $\frac{١}{٦}$ Ⓓ $-\frac{١}{٦}$

(٨) إذا كان : س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٨}$ فإن : $س^{٣}$ + ص = ٠٠٠٠٠

Ⓐ ١ Ⓑ $\frac{١}{٢}$ Ⓒ $\frac{١}{٤}$ Ⓓ $\frac{١}{٨}$

(٩) $٥^{٢} + ٥^{٢}$ = ٠٠٠٠٠ Ⓐ $١٠^{٢}$ Ⓑ $١٠^{٤}$ Ⓒ $٥^{٤}$ Ⓓ ٥٠

(١٠) $٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $٣^{١٠}$ Ⓑ $٣^{٣٠}$ Ⓒ $٩^{١٠}$ Ⓓ $٣^{١١}$

(١١) ثلث العدد $٣^{١٠}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $٣^{١٠}$ Ⓑ $٣^{٩}$ Ⓒ $٩^{٥}$ Ⓓ $٣^{١١}$

(١٢) إذا كان : أ = $٧^{س}$ ، ب = $٧^{-س}$ فإن : أ × ب = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $٧^{٢س}$ Ⓑ $٤٩^{٢س}$ Ⓒ صفر Ⓓ ١

(١٣) إذا كان : $أ^{س}$ = ٢ ، $أ^{-ص}$ = ٣ فإن : $أ^{س - ص}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ ٦ Ⓑ $\frac{٢}{٣}$ Ⓒ -١ Ⓓ ١

(١٤) إذا كان : س $ص^{-١}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن : $\frac{ص}{س}$ = ٠٠٠٠٠

Ⓐ $\frac{١}{٢}$ Ⓑ $-\frac{١}{٢}$ Ⓒ ٢ Ⓓ ١

[٣] أحسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

(١) $(0.\dot{6})^{2}$

(٢) $\left(1 - 1\frac{2}{3}\right)^{2}$

(٣) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3}$

(٤) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{4} + \left(-\frac{4}{3}\right)^{2}\right] \times \left(-1\frac{3}{5}\right)$

(٥) $\left(\frac{4}{5}\right)^{8} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{6} \times \frac{4}{5}$

(٦) $\frac{2^{6} \times 2}{2^{3} \times 2^{4}}$　　　(٧) $\frac{3^{4} \times 3^{5}}{3^{6}}$

(٨) $\frac{(-2)^{6} \times 2^{4}}{(-2)^{3} \times 2^{2}}$　　　(٩) $\frac{(4\,س^{3}\,ص^{2})^{7}}{(2\,س\,ص^{2})^{7}}$

(١٠) $\left(1\,\frac{7}{\;}\right)^{3} \div \left(-1\,\frac{1}{\;}\right)^{5}$　　　(١١) $\left(\frac{3}{\;}\right)^{10} \times \left(\frac{5}{\;}\right)^{10}$

(١٢) $\frac{5^{-7} \times 5^{3}}{5^{-6}}$　　　(١٣) $\left(\frac{4^{-3} \times 3}{4^{-4}}\right)^{-2}$

٤ ـ إذا كان : $س = -\frac{3}{2}$ ، $ص = -\frac{1}{3}$ أوجد قيمة : $س^{2} + ص^{3}$

٥ ـ إذا كان : $س = \frac{2}{3}$ ، $ص = -\frac{4}{3}$ أوجد قيمة : $|\,س^{3} + ص^{3}\,|$

٦ ـ أوجد مساحة المربع الذى طول ضلعه $\frac{3\,س}{5}$ سم

٧ ـ أوجد حجم المكعب الذى طول حرفه $\frac{4\,ص}{7}$ سم

٨ ـ إذا كان : $س = \frac{9}{2}$ ، $ص = \frac{3}{2}$ أثبت أن : $\left(\frac{س}{ص}\right)^{2} \div 3\left(\frac{ص}{س}\right)^{2} = 27$

٩ ـ إذا كان أربعة أمثال عدد هو 4^{3} أوجد : $\frac{3}{\;}$ هذا العدد

١٠ ـ إذا كان : $س = \frac{1}{5}$ ، $ص = 5$ أوجد قيمة : $س^{15}\,ص^{14}$

١١ ـ إذا كان : $س = 4$ ، $ص = 4^{-1}$ أوجد قيمة : $س^{51}\,ص^{50}$

١٢ ـ أثبت أن : $3^{15} + 3^{14}$ يقبل القسمة على ٤

الوحدة الرابعة
الهندسة والقياس

البرهان الإستدلالى

فى ما سبق أستنتجنا عملياً بإستخدام الأدوات الهندسية فى القياس بعض الخواص والنتائج الهندسية و سوف نستخدم هذه الخواص والنتائج والنظريات فى الإستدلال على الحلول و البراهين للنظريات والتمارين نظرياً دون اللجوء إلى إستخدام الهندسية فى القياس

خطوات البرهان :

(١) تحديد المعلومات المتاحة بالمسألة " المعطيات "

(٢) تحديد المراد إيجاده أو إثبات صحته " المطلوب "

(٣) إستخدام المعطيات للوصول إلى المطلوب من خلال ترتيب خطوات لإيجاد أو إثبات صحة المطلوب " البرهان "

(٤) أحياناً تحتاج المسالة لبعض الإضافات فى الرسم لتساعد على البرهان "العمل"

(٥) يستخدم الرمزان (∵) بما أن ، (∴) أذن فى ترتيب خطوات البرهان

** تستخدم النظريات كقاعدة أو قانون فى إستنتاج المعلومات أو حل التمارين ويتم لإثبات صحتها بالبرهان ثم تستخدم فى حل التمارين دون الحاجة إلى إثبات صحتها عند إستخدامها فى حل المسائل المختلفة ومن هذه النظريات :

نظرية (١) : إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس

المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مستقيمان متقاطعان فى م

المطلوب : إثبات أن : ق (∠ا م ء) = ق (∠ب م حـ)

البرهان : ∵ ∠ا م ء ، ∠ ب م حـ متجاورتان

حيث : $\overrightarrow{\text{م حـ}} \cup \overrightarrow{\text{م ء}} = \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$

∴ ق (∠ا م ء) + ق (∠ا م حـ) = ١٨٠°

، ∵ ∠ا م حـ ، ∠ب م حـ متجاورتان

حيث : $\overrightarrow{\text{م ا}} \cup \overrightarrow{\text{م ب}} = \overleftrightarrow{\text{ا ب}}$

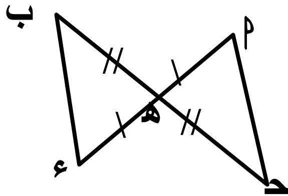
∴ ق (∠ ؍ م ﺟ) + ق (∠ ب م ﺟ) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ؍ م ء) + ق (∠ ؍ م ﺟ) + ق (∠ ؍ م ﺟ) + ق (∠ ب م ﺟ) = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ؍ م ء) = ق (∠ ب م ﺟ) وهو المطلوب

، بالمثل يمكن إثبات أن : ق (∠ ؍ م ﺟ) = ق (∠ ب م ء)

مثـــ١ــال : فى الشكل المقابل : ؍ء ∩ ب ﺟ = { ﻫ }
، ؍ ﻫ = ء ﻫ ، ﺟ ﻫ = ب ﻫ أثبت أن
∆ ؍ ﻫ ﺟ ≡ ∆ ء ﻫ ﺟ



المعطيات : ؍ء ∩ ب ﺟ = { ﻫ } ، ؍ ﻫ = ء ﻫ ، ﺟ ﻫ = ب ﻫ

المطلوب : إثبات أن : ∆ ؍ ﻫ ﺟ ≡ ∆ ء ﻫ ﺟ

البرهان : ∵ ؍ء ∩ ب ﺟ = { ﻫ } ، ؍ ﻫ = ء ﻫ ، ﺟ ﻫ = ب ﻫ

∴ ق (∠ ؍ ﻫ ﺟ) = ق (∠ ء ﻫ ب) بالتقابل بالرأس

∴ ∆∆ ؍ ﻫ ﺟ ، ء ﻫ ﺟ فيهما :

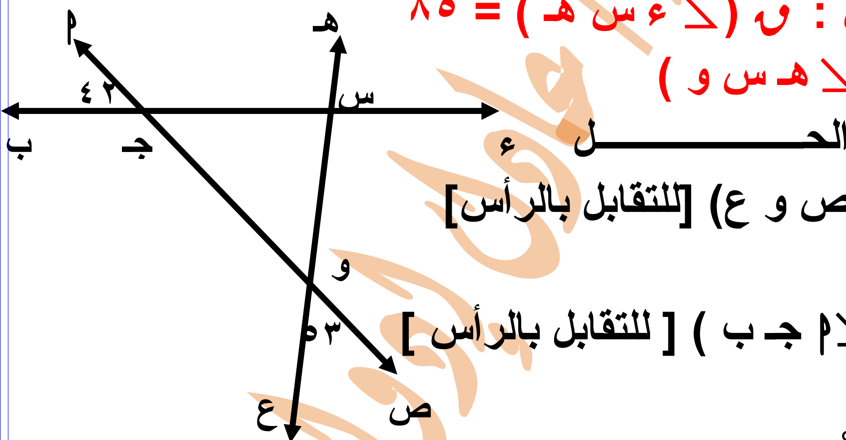
؍ ﻫ = ء ﻫ

ﺟ ﻫ = ب ﻫ

ق (∠ ؍ ﻫ ﺟ) = ق (∠ ء ﻫ ب) " برهاناً "

∴ ∆؍ ﻫ ﺟ ≡ ∆ء ﻫ ﺟ وهو المطلوب

مثـــ٢ــال : فى الشكل المقابل أثبت أن : ق (∠ ء س ﻫ) = ٨٥°
ثم أوجد : ق(∠ ء س ﺟ) ، ق (∠ ﻫ س و)



الحــــــــــــل

∵ ق(∠ س و ﺟ) = ق(∠ ص و ع) [للتقابل بالرأس]

∴ ق (∠ س و ﺟ) = ٥٣°

∵ ق (∠س ﺟ و) = ق (∠؍ ﺟ ب) [للتقابل بالرأس]

∴ ق (∠ س ﺟ و) = ٤٢°

∵ مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق (∠ و س ﺟ) = ١٨٠° – [٥٣° + ٤٢°] = ١٨٠° – ٩٥° = ٨٥°

∵ ق (∠ء س ﻫ) = ق (∠ و س ﺟ) [للتقابل بالرأس]

∴ ق (∠ء س ﻫ) = ٨٥°

∵ ق (∠ ء س هـ) + ق (∠ ء س جـ) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ء س جـ) = ١٨٠° ــ ٨٥° = ٩٥°

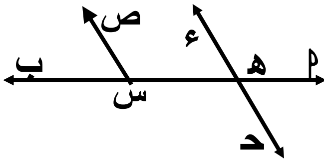
∵ ق (∠ هـ س و) = ق (∠ ء س جـ) [للتقابل بالرأس]

∴ ق (∠ هـ س و) = ٩٥°

مثـــ٣ـــال : فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = { هـ }

، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، س ∈ ا ب

، ق (∠ ص س ب) = ٤٠° أوجد ق (∠ ا هـ حـ)



المعطيات :

المطلوب :

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ " معطى " ، $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ء هـ ب) = ق (∠ ص س ب) = ٤٠° بالتناظر

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ = { هـ }

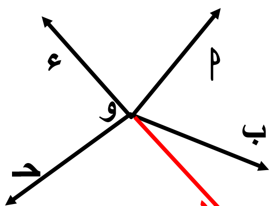
∴ ق (∠ ا هـ حـ) = ق (∠ ء هـ س) بالتقابل بالرأس

∴ ق (∠ ا هـ حـ) = ق (∠ ص س ب) = ٤٠° وهو المطلوب

نظرية (٢) : مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة يساوى ٣٦٠°

المعطيات : و ا ، و ب ، و حـ ، و ء أشعة نقطة البداية لكل منها " و "

المطلوب : إثبات أن : مجموع قياسا الزوايا المتجاورة المتجمعة حول و يساوى ٣٦٠°



العمـــل : نرسم $\overleftrightarrow{\text{ء و}}$

البرهان : ∵ ق (∠هـ و ب) + ق (∠ ب و ا) + ق (∠ ا و ء) = ١٨٠°

، ق (∠هـ و حـ) + ق (∠ حـ و ء) = ١٨٠°

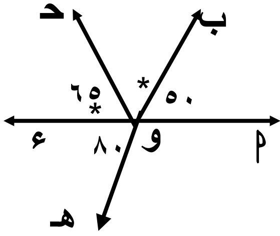
∴ ق (∠ هـ و ب) + ق (∠ب و ا) + ق (∠ا و ء) + ق (∠ هـ و حـ)

+ ق (∠ حـ و ء) = ١٨٠° + ١٨٠° = ٣٦٠°

∴ ق (∠ا و ب) + ق (∠ب و حـ) + ق (∠حـ و ء) + ق (∠ء و ا)

= ٣٦٠° وهو المطلوب

مثـ١ـال : فى الشكل المقابل : ق (∠ ٲ و ب) = ٥٠°، ق (∠ حـ و ء) = ٦٥°
، ق (∠ هـ و ء) = ٨٠° ، و حـ ينصف ∠ ب و ء أوجد ق (∠ ٲ و هـ)



المعطيات :

المطلوب : إيجاد ق (∠ ٲ و هـ)

البرهان : ∵ و حـ ينصف ∠ ب و ء (معطى)

∴ ق (∠ ب و حـ) = ق (∠ ء و حـ) = ٦٥°

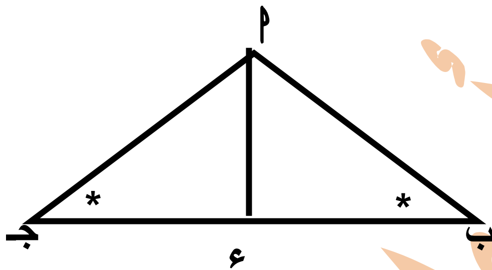
∵ ق (∠ ٲ و ب) + ق (∠ ب و حـ) + ق (∠ حـ و ء) + ق (∠ ء و هـ)
+ ق (∠ ٲ و هـ) = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ٲ و هـ) = ٣٦٠ – [٥٠ + ٦٥ + ٦٥ + ٨٠]

∴ ق (∠ ٲ و هـ) = ٣٦٠ ـ ٢٦٠ = ١٠٠°

مثـ٢ـال : فى الشكل المقابل ٲ ب جـ مثلث فيه ق (∠ب) = ق (∠جـ)
ٲء ينصف ∠ ب ٲ جـ أثبت أن ٲ ب = ٲ جـ

الحـــــــــل



ΔΔ ٲ ب ء ، ٲ جـ ء

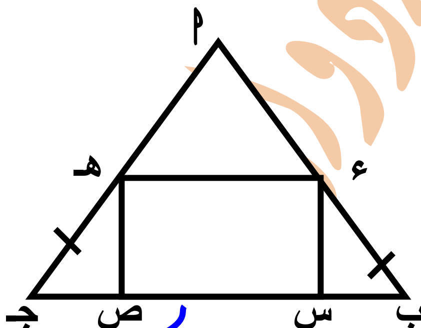
فيهما:
- ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)
- ق (∠ ب ٲ ء) = ق (∠ جـ ٲ ء)
- ٲ ء ضلع مشترك

∴ Δ ٲ ب ء ≡ Δ ٲ جـ ء

ومن التطابق ينتج ان ∴ ٲب = ٲ جـ

مثـ٣ـال : فى الشكل المقابل : هـ جـ = ء ب ، ء س ص هـ مستطيل
أثبت ان ق (∠ ٲ ء هـ) = ق (∠ ٲ هـ ء)

الحـــــــــل



∵ ء س ص هـ مستطيل

∴ ق (∠ ء س ص) = ق (∠هـ ص جـ) = ٩٠°

∴ ق (∠ء س ب) = ق (∠هـ ص جـ) = ١٨٠° ــ ٩٠° = ٩٠°

ΔΔء ب س ، هـ جـ ص

فيهمـــا
- ق (∠ء س ب) = ق (∠ هـ ص جـ) = ٩٠°
- ء س = هـ ص [مستطيل]
- ء ب = هـ جـ

∴ Δ ء ب س ≡ Δ هـ جـ ص ∴ ق (∠ ب) = ق (∠جـ) (١)

∵ الشكل المستطيل فيه ء هـ // س ص ∴ق (∠ؠ ء هـ) = ق (∠ ب) [تناظر]

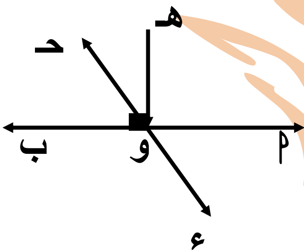
∴ق (∠ ؠ هـ ء) = ق (∠جـ) [تناظر] (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ق (∠ؠ ء هـ) = ق (∠ؠ هـ ء)

مثــ٤ــال : فى الشكل المقابل ؠ ء = ؠ هـ ، ق (∠ؠ ء جـ) = ق (∠ؠ هـ ب)

أثبت أن (١) ب هـ = جـ ء (٢) ب ء = جـ هـ

الحــــــــــــل



ΔΔؠ ء جـ ، ؠ هـ ب

فيهما
- ؠ زاوية مشتركة ، ؠ ء = ؠ هـ [معطى]
- ق (∠ؠ ء جـ) = ق (∠ؠ هـ ب) [معطى]

∴ Δ ب هـ ؠ ≡ Δ جـ ء ؠ ∴ ب هـ = جـ ء وهو المطلوب أولا

وينتج أيضا : ؠ ب = ؠ جـ (٢) ، ؠ ء = ؠ هـ (٣)

بطرح ٣ من ٢ ؠ ب ـ ؠ ء = ؠ جـ ـ ؠ هـ ∴ ء ب = هـ جـ

تدريب : فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{ؠب} \cap \overleftrightarrow{ءحـ} = \{ و \}$ ، ق (∠ؠ و ء) = ٤٦° ، ق (∠هـ و ب) = ٩٠°

أوجد ق (∠حـ و ب) ، ق (∠هـ و حـ)

المعطيات :

المطلوب :

البرهان :

تمارين

(١) فى الشكل المقابل :

أ ب ∩ حـ ء = { و } ، ق (∠ هـ و ء) = ٩٠°

، ق (∠ أ و ء) = ٤٠° أوجد : ق (∠ ب و هـ) ، ق (∠ أ و حـ)

ق (∠ ب و هـ) ، ق (∠ أ و حـ)

(٢) فى الشكل المقابل :

ق (∠ ب و حـ) = ٢ ق (∠ أ و ب)

، ق (∠ أ و ب) = ٤٨° ، ق (∠ ء و هـ) = ٨٠°

، ق (∠ حـ و هـ) أوجد ق (∠ أ و ء)

(٣) فى الشكل المقابل :

حـ ء // ب أ ، ب حـ // ء هـ

، ق (∠ أ ب حـ) = ٤٨° أوجد ق (∠ هـ ء حـ)

(٤) فى الشكل المقابل :

حـ ء // أ ب ، هـ ∈ أ ب

، ق (∠ حـ ب هـ) = ٤٥° ، ق (∠ ء) = ١٣٥°

أثبت أن أ ء // ب حـ

(٥) فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ ، ب ء = حـ ء

، ق (∠ ب ء حـ) = ١١٠°

أثبت أن Δ أ ب ء ≡ Δ أ حـ ء

ثم أوجد ق (∠ أ ء حـ)

المضـــلع

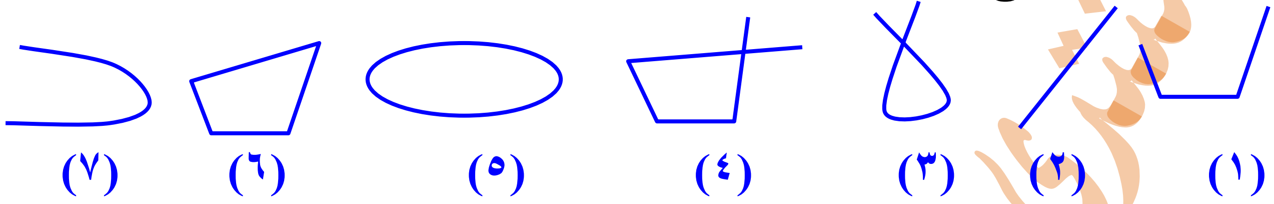
الخط البسيط : هو الخط الذى لا يقطع نفسه

الخط غير البسيط : هو الخط الذى يقطع نفسه

الخط المفتوح : هو الخط الذى نقطة بدايته غير نقطة نهايته

الخط المغلق : هو الخط الذى ينتهى عند النقطة التى بدأ منها

تدريب : فى الأشكال الآتية عين الخط البسيط ، الخط غير البسيط ، الخط المفتوح ، أو الخط المغلق



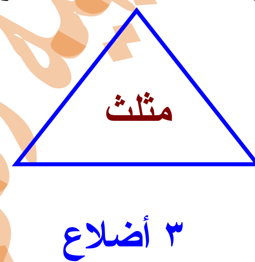
(١) (٢) (٣) (٤) (٥) (٦) (٧)

المضلع : هو خط مغلق بسيط مكون من إتحاد عدة قطع مستقيمة

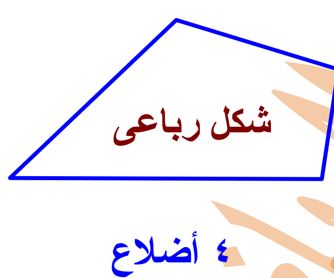
ملاحظات : (١) كل قطعة مستقيمة منها تسمى ضلع

(٢) يسمى المضلع بعدد أضلاعه

أمثلة :



٣ أضلاع



٤ أضلاع



٥ أضلاع

المضلع المحدب :

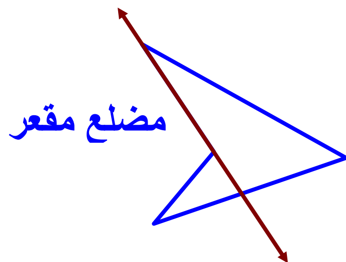
فى المضلع المحدب أى مستقيم يتعين برأسين متتالين تكون بقية رؤوس المضلع واقعة فى أحد جانبى هذا المستقيم

ويلاحظ أن أى زاوية من زوايا ه قياسها أقل من ١٨٠°

مضلع محدب



المضلع المقعر : فى المضلع المقعر توجد مستقيمات تتعين برأسين متتالين و تقع بقية رؤوس المضلع على جانبى هذه المستقيمات



ويلاحظ أنه توجد زاوية واحدة على الأقل من زوايا ه قياسها أكبر من ١٨٠° (زاوية منعكسة)

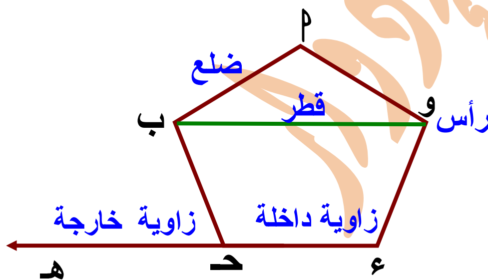
إذا ذكر أى مضلع يقصد بذلك المضلع المحدب ما لم يذكر أنه مقعر

ملاحظات :

(١) كل قطعة مستقيمة منها تسمى ضلع مثل $\overline{أ ب}$

(٢) كل نقطة ناتجة عن تلاقى ضلعين متجاورين من أضلاع المضلع تسمى رأس مثل و

(٣) عدد أضلاع أى مضلع = عدد رؤوسه = عدد زواياه



(٤) كل زاوية ناتجة من إتحاد ضلعين من أضلاع المضلع تسمى

زاوية داخلة مثل ∠ ء أ؛ ∠ و ء حـ

(٥) إذا مد أحد أضلاع مضلع من إحدى جهتيه إلى ما لا نهاية تنتج زاوية تسمى

زاوية خارجة مثل ∠ ب حـ هـ

(٦) محيط المضلع هو = مجموع أطوال المضلع

(٧) القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتالين فى المضلع تسمى

قطر المضلع مثل و ب

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

إسم المضلع	عدد الأضلاع	عدد الرؤوس	عدد الزوايا	عدد الأقطار
الثلاثى (مثلث)	٣	٣	٣	صفر
الرباعى	٤	٤	٤	٢
الخماسى	٥			
السداسى	٦			
السباعى	٧			
الثمانى	٨			
التساعى	٩			
العشارى	١٠			
النونى	ں			

عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه ں = $\frac{ں(ں - ٣)}{٢}$

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع :

نعلم أن : مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

فإذا رسمت الأقطار الخارجة من أى رأس من رؤوس المضلع ينقسم المضلع لعدد من

المثلثات نستنتج مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

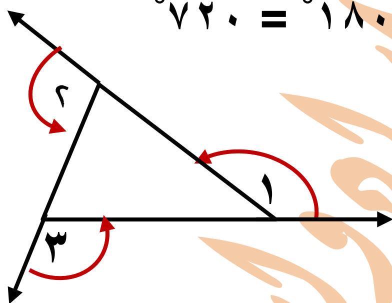
إسم المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات الناتجة	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعى	٤	٢	٢× ١٨٠° = ٣٦٠°
الخماسى	٥		
السداسى	٦		
السباعى	٧		
الثمانى	٨		
التساعى	٩		
العشارى	١٠		
النونى	ن		

عدد المثلثات التى ينقسم إليها مضلع عدد أضلاعه ن = ن – ٢

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢) × ١٨٠°

فمثلا

- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = (٣ – ٢) × ١٨٠ = ١ × ١٨٠° = ١٨٠°
- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = (٤ – ٢) × ١٨٠°
  = ٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°
- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى = (٥ – ٢) × ١٨٠°
  = ٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°
- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى = (٦ – ٢) × ١٨٠°
  = ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°



ملاحظة :

إذا مدت المستقيمات الحاملة لأضلاع مضلع من جهة واحدة و مأخوذة فى ترتيب دورى واحد ينتج :

عدد أضلاع المضلع = عـــدد رؤوسه

= عدد زواياه الداخلة

= عدد زواياه الخارجة

عند أى رأس من رؤوس المضلع يكون :

مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة = ١٨٠ °

مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب عدد أضلاعه ن = ٣٦٠ °

∵ مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة للمضلع عند أى رأس = ١٨٠ °

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة والخارجة للمضلع عند أى رأس = ن × ١٨٠ °

، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢) × ١٨٠ °

∴ مجموع قياسات الزوايا الخارجة = ن × ١٨٠ ° – (ن – ٢) × ١٨٠ °

= ١٨٠ ن – ١٨٠ ن + ٣٦٠ ° = ٣٦٠ °

تدريب : أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمضلع السداسى

∵ مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة للمضلع عند أى رأس = ١٨٠ °

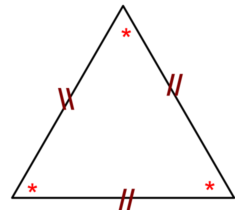
∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة والخارجة للمضلع السداسى = ٠٠٠٠٠

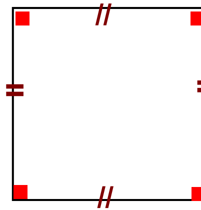
، ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع السداسى = ٠٠٠٠٠

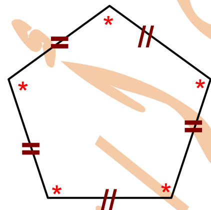
∴ مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمضلع السداسى = ٠٠٠٠٠

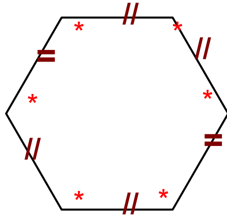
المضلع المنتظم : هو المضلع الذى تتساوى فيه أطوال أضلاعه وتتساوى قياسات زواياه

أمثلة :


مثلث متساوى الأضلاع


مربـــــع


خماسى منتظم


سداسى منتظم

قياس كل زاوية من زوايا مضلع منتظم مضلع عدد أضلاعه ن $= \frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$

محيط مضلع منتظم مضلع عدد أضلاعه ن = طول الضلع × ن

عدد أضلاع المضلع المنتظم $= \frac{٣٦٠^\circ}{١٨٠^\circ - س^\circ}$ حيث س ° قياس إحدى زواياه الداخلة

قياس كل زاوية من زوايا مضلع محدب منتظم عدد أضلاعه ن $= \frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$

فمثلا :

قياس كل زاوية من الزوايا الثلاثى المنتظم (المثلث المتساوى الأضلاع) =

$= \frac{(٣ - ٢) \times ١٨٠^\circ}{٣} = \frac{١ \times ١٨٠^\circ}{٣} = \frac{١٨٠^\circ}{٣} = ٦٠^\circ$

قياس كل زاوية من زوايا الرباعى المنتظم (المربع) = $\frac{(٤ - ٢) \times ١٨٠^\circ}{٤}$

= $\frac{٢ \times ١٨٠^\circ}{٤} = \frac{٣٦٠^\circ}{٤} = ٩٠^\circ$

قياس كل زاوية من زوايا الخماسى المنتظم = $\frac{(٥-٢) \times ١٨٠^\circ}{٥} = \frac{٥٤٠^\circ}{٥} = ١٠٨^\circ$

قياس كل زاوية من زوايا السداسى المنتظم = $\frac{(٦-٢) \times ١٨٠^\circ}{٦} = \frac{٧٢٠^\circ}{٦} = ١٢٠^\circ$

مثـ١ـال : أوجد مجموع القياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ١٢ ضلع

الحــــــــل

مجموع القياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢) × ١٨٠ °

= (١٢ – ٢) × ١٨٠ ° = ١٠ × ١٨٠ ° = ١٨٠٠ °

مثـ٢ـال : أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه ١٢ ضلع

الحــــــــل

قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ن}$

= $\frac{(١٢ - ٢) \times ١٨٠^\circ}{١٢} = \frac{١٠ \times ١٨٠^\circ}{١٢} = \frac{١٨٠٠}{١٢} = ١٥٠^\circ$

مثـ٣ـال : أوجد عدد أضلاع مضلع محدب منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠ °

الحــــــــل

قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{(ν - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ν}$

$١٢٠^\circ = \frac{(ν - ٢) \times ١٨٠^\circ}{ν}$

١٢٠° ν = (ν – ٢) × ١٨٠°　　∴ ١٢٠° ν = ١٨٠° ν – ٣٦٠°

٣٦٠° = ١٨٠° ν – ١٢٠° ν　　∴ ٣٦٠° = ٦٠° ν

∴ ν = $\frac{٣٦٠^\circ}{٦٠^\circ}$ = ٦ أضلاع

مثـ ٤ـال : ا ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق(∠ا):ق(∠ب):ق(∠جـ):ق(∠ء) = ١ : ٢ : ٤ : ٥ أوجد قياس جميع زواياه

الحــــــــل

∵ ق(∠ا) + ق(∠ب) + ق(∠جـ) + ق(∠ء) = س + ٢س + ٤ س + ٥س

٣٦٠° = ١٢ س   ∴ س = ٣٠°

∴ ق (∠أ) = ١ × ٣٠° = ٣٠°   ∴ ق (∠ب) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∴ق (∠جـ) = ٤ × ٣٠° = ١٢٠°   ∴ق (∠ء) = ٥ × ٣٠° = ١٥٠°

تدريب : أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع خماسى منتظم

قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع خماسى منتظم

= (٥ − ....) × .... / .... = ...°

تدريب : مضلع منتظم قياس إحدى زواياه الداخلة ١٤٠° أوجد عدد أضلاعه

(ن − ٢) × ١٨٠ / ن = ١٤٠°   ∴ (ن − ٢) × ١٨٠° = ١٤٠ ن

∴ .... = ١٤٠ ن   ∴ .... − .... = ١٤٠ ن = ...

∴ .... ن = ...   ∴ ن = ...   ∴ عدد أضلاع المضلع = ... ضلع

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

عدد أضلاع مضلع منتظم	٣	٤			٧	٨	١٠	
قياس إحدى زواياه الداخلة			١٢٠°	١٣٥°				١٦٠°

تمارين

١ ـ أكمل ما يأتى :

(١) يكون المضلع منتظماً إذا كان .... ، ....

(٢) عدد المثلثات التى ينقسم إليها أى مضلع يساوى ....

(٣) مجموع قياسات زوايا المضلع الخماسى المنتظم = ...

(٤) قياس كل زاوية من زوايا المضلع السداسى المنتظم = ...

(٥) محيط مضلع منتظم طول ضلعه ٥ سم = ...

(٦) طول ضلع مضلع رباعى منتظم محيطه ١٦ سم = ...

(٧) المضلع الذى ليس له أقطار هو ....

(٨) عدد أقطار المضلع الرباعى = ...

(٩) عدد أضلاع مضلع منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠° = ...

٢ – فى الشكل المقابل : ق(∠ ٲ) = ٨٠° ، ق(∠ء) = ١٢٠°
، هـ ∈ ٲب ، ق (∠حـ ب هـ) = ١٣٠° أوجد ق(∠ء حـ ب)

٣ – فى الشكل المقابل: ٲهـ ∩ حـو = { ء } ،
ق(∠ ٲ) = ١٢٥° ، ق(∠حـ) = ١٠٠°
أوجد ق(∠حـ ب ٲ)

٤ – فى الشكل المقابل : ق(∠ ٲ) = ١٢٠°
، ق(∠ب) = ٦٠° ، هـ ∈ ب حـ
، حـ و ينصف ء حـ هـ أوجد ق(∠ و حـ هـ)
ثم أثبت أن حـ و // ٲ ب

٥ – فى الشكل المقابل : ٲ ب حـ ء هـ شكل خماسى فيه ب حـ // ٲ هـ
ق(∠ حـ) = ١٢٠° ، ق(∠ء) = ٨٥°
أوجد ق(∠هـ)

٦ – فى الشكل المقابل : ب و ∩ هـ ء = { ٲ }
، ق(∠حـ) = ٤٥° ، ق(∠ب) = ١٢٠°
، ق(∠ ء) = ١٠٥° ، ق(∠هـ) = ١٣٠°
، ق(∠س) = ٨٠° أوجد ق(∠و)

٧ – فى الأشكال الآتية أوجد قياسات الزوايا : س ، ص ، بالدرجات

(١) (٢) (٣)

٨ – إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لمضلع خماسى هى ٢ : ٢ : ٣ : ٤ : ٤
أوجد أصغر زوايا هذا المضلع

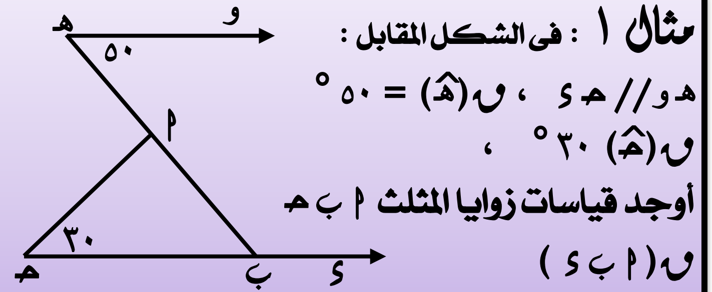
البرهان الاستدلالى

ما هي الاطريقة لكتابة الحل فى المسائل المتعلقة بالهندسة وذلك عن طريق ترتيب الحل بكتابة السبب اولا ثم النتيجة التى نصل اليها وقبل الشروع فى الحل يجب التفكير فى كيفية الوصول للمطلوب اثباته اولا

مثال ١ : فى الشكل المقابل :

هـ و // هـ ء ، ق(هـ) = ٥٠° ، ق(هـ) ٣٠° ،

أوجد قياسات زوايا المثلث ؟ ب ح ق(؟ ب ء)



الحل

∵ هـ و // حـ ء ، هـ ب قاطع لهما

∴ ق(هـ) = ق(؟ ب حـ) = ٥٠ بالتبادل

∴ ق(هـ) + ق(؟ ب ء)= ١٨٠

(زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق(؟ ب ء) = ١٨٠ – ٥٠ = ١٣٠

∵ ∠ ؟ ب ء زاوية خارجة عند الرأس ب

∴ ق(؟ ب ء) = ق(ب ؟ حـ) + ق(حـ)

١٣٠ = ق(ب ؟ حـ) + ٣٠

⟸ ق(ب ؟ حـ) ١٣٠ – ٣٠ = ١٠٠ °

مثال ٢ : فى الشكل المقابل

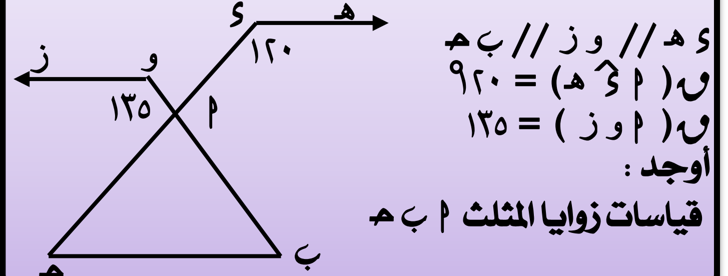
ء هـ // و ز // ب حـ

ق(؟ ء هـ) = ١٢٠°

ق(؟ و ز) = ١٣٥

أوجد :

قياسات زوايا المثلث ؟ ب حـ



الحل

∵ ء هـ // ب حـ ، ء حـ قاطع لهما

∴ ق(ء) + ق(حـ) = ١٨٠

(زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق(حـ) = ١٨٠ – ١٢٠ = ٦٠ °

∵ و ز // ب حـ ، و حـ قاطع لهما

∴ ق(و) + ق(ب) = ١٨٠

(زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ ق(ب) = ١٨٠ – ١٣٥ = ٤٥°

∴ ق(ب ؟ حـ) =١٨٠ – (٦٠ + ٤٥)

= ١٨٠ – ١٠٥ = ٧٥ °

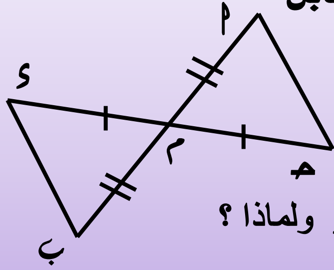
مثال ٣ فى الشكل المقابل :

؟ ب ∩ حـ ء = { م } ،

؟ م = م ب ،

حـ م = م ء

هل Δ ؟ م حـ ≡ Δ ب م ء ولماذا ؟



الحل

الـ ΔΔ ؟ م حـ ، ب م ء

فيهما
؟ م = م ب — معطى
حـ م = م ء — معطى
ق (∠ ؟ م حـ) = ق (∠ب م ء) — بالتقابل بالرأس

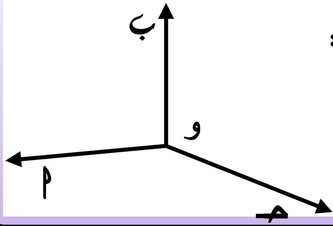
∴ Δ ؟ م حـ ≡ Δ ب م ء

مثال ٤ فى الشكل المقابل :

إذا كان ؟ و ⊥ و ب ،

ق(∠ ؟ و حـ) = ١٥٠

أوجد ق(∠ب و حـ)



الحل

∵ الزوايا متجمعة حول النقطة و ∴ مجموعها = ١٨٠

∵ ق(؟ و حـ) + ق(؟ و ب) + ق(ب و حـ) = ٣٦٠

∵ ؟ و ⊥ و ب ∴ ق(؟ و ب) = ٩٠

∴ ١٥٠ + ٩٠ + ق(ب و حـ) = ٣٦٠

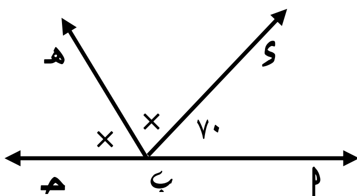
∴ ق(ب و حـ) = ٣٦٠ – (١٥٠ + ٩٠)=١٢٠

تدريب : فى الشكل المقابل

ق(؟ ب ء) = ٧٠ ° ب ∈ ؟ حـ

ب هـ ينصف ∠ ء ب حـ

أوجد بالبرهان ق(ء ب هـ)



المضلع

هو إتحاد عدة قطع مستقيمة يسمى بعدد أضلاعه

قوانين المضلع

(١) يمكن تقسيم المضلع لعدد من المثلثات = ن − ٢
حيث ن عدد أضلاعه

(٢) مجموع قياسات زواياه الداخلة
= عدد المثلثات التى يمكن أن ينقسم اليها المضلع × ١٨٠
= (ن − ٢) × ١٨٠

(٣) عدد أقطار المضلع = $\frac{ن(ن-٣)}{٢}$
أو = ١ + ٢ + ٣ + ... − ن
حيث ن عدد أضلاعه

(٤) مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأى مضلع = ٣٦٠°

المضلع المنتظم

هو مضلع أضلاعه متساوية وزواياه متساوية

(٥) زاوية المضلع المنتظم = $\frac{(ن-٢)\times ١٨٠}{ن}$

(٦) عدد أضلاع المضلع المنتظم
= $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - س}$ حيث س إحدي الزوايا الداخلة
= $\frac{360}{\text{إحدي الزوايا الخارجة}}$

ملاحظات على المضلع

(١) المضلع الذى ليس له أى أقطار هو المثلث
(٢) المضلع الذى اقطارة = عدد أضلاعه هو الخماسى
(٣) المضلع الذى أقطاره ضعف أضلاعه هو السباعى
(٤) المضلع الذى اضلاعه ضعف عدد أقطاره هو الرباعى

مثال ١ مضلع عدد أضلاعه ٦ أوجد :
(١) عدد المثلثات التى يمكن أن ينقسم إليها
(٢) مجموع قياسات زواياه الداخلة
(٣) عدد أقطاره

الحل

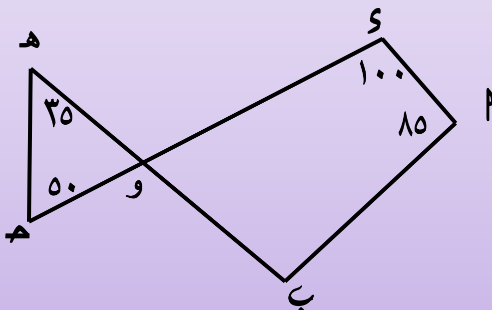
(١) عدد المثلثات التى يمكن ان ينقسم إليها
= ن − ٢ = ٥ − ٢ = ٣ مثلثات
(٢) مجموع قياسات زواياه الداخلة = (ن − ٢) × ١٨٠
= (٥ − ٢) × ١٨٠ = ٣ × ١٨٠ = ٥٤٠
(٣) عدد أقطاره = $\frac{ن(ن-٣)}{٢}$ = $\frac{٥(٥-٣)}{٢}$ = ٥ أقطار
= ١ + ٢ + ٣ + ٤ − ٥ = ٥

مثال ٢ مضلع منتظم إحدي زواياه الداخلة = ١٢٠
أوجد عدد أضلاعه وإذا كان أحد أضلاعه = ١٠ سم
أوجد المحيط

الحل

عدد أضلاع المضلع المنتظم = $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - س}$ حيث س قياس زاويته
∴ ن = $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - س}$ = $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - ١٢٠}$ = $\frac{٣٦٠}{٦٠}$ = ٦ أضلاع
المحيط = طول الضلع × ٦ = ١٠ × ٦ = ٦٠ سم

مثال ٣ فى الشكل المقابل :
ء هـ ∩ ب هـ = { و } ، ق(أ) = ٨٥°
ق(ء) = ١٠٠° ، ق(هـ) = ٥٠° ، ق(هـ) = ٣٥°
أوجد بالبرهان ق (ب) ، ق(ء و ب)



الحل

في الـ Δ حـ هـ و :

مجموع قياسات زواياه الداخلة = ١٨٠

∴ ق(هـ وَ̂ حـ) = ١٨٠ – (٥٠ + ٣٥)

= ١٨٠ – ٨٥ = ٩٥°

∵ ى حـ ∩ ب هـ = { و }

∴ ق(ى وَ̂ ب) = ق(هـ وَ̂ حـ) = ٩٥ °

∵ الشكل ٢ ب و ى شكل رباعي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = ٣٦٠

∴ ق(∠ ب) = ٣٦٠ – (١٠٠ + ٨٥ + ٩٥)

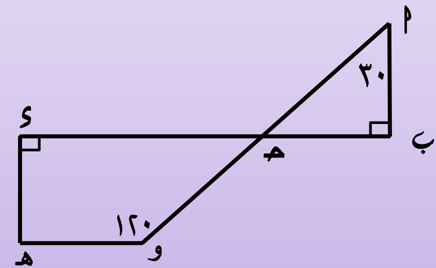
= ٣٦٠ – ٢٨٠ = ٨٠°

مثال ٤ في الشكل المقابل :

٢ ب ⊥ ب ى ، هـ ى ⊥ ب ى ، ق(∠ ٢) = ٣٠° ،

ب ى ∩ ٢ و = { حـ } ، ق(هـ وَ̂ حـ) = ١٢٠ °

أوجد بالبرهان ق(هـ̂)



الحل

∵ ٢ ب ⊥ ب ى ، هـ ى ⊥ ب ى

∴ ق(٢ بَ̂ حـ) = ق(هـ ىَ̂ حـ) = ٩٠ °

∵ ٢ ب حـ Δ

∴ مجموع قياسات زواياه = ١٨٠ °

∴ ق(٢ حـ ب) = ١٨٠ – {٩٠ + ٣٠} = ٦٠°

∵ ب ى ∩ ٢ و = { حـ }

∴ ق(٢ حَ̂ ب) = ق(ى حَ̂ و) = ٦٠°

بالتقابل بالرأس

∵ حـ و هـ ى شكل رباعي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = ٣٦٠ °

∴ ق(∠هـ) = ٣٦٠ – { ٩٠ + ١٢٠ + ٦٠ }

= ٩٠ °

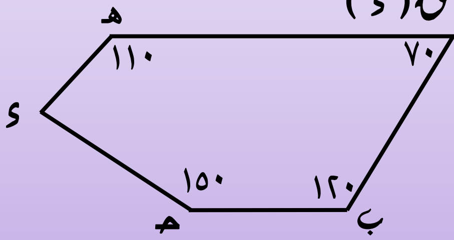
مثال ٥ في الشكل المقابل

٢ ب حـ ى هـ شكل خماسي

فيه ق(∠ ٢) = ٧٠ ° ، ق(بَ̂) = ١٢٠°

، ق(حـَ̂) = ١٥٠ ° ، ق(هـَ̂) = ١١٠ °

أوجد مع البرهان ق(ىَ̂)



الحل

∵ الشكل ٢ ب حـ ى هـ شكل خماسي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = (ن – ٢) × ١٨٠

= (٥ – ٢) × ١٨٠ = ٥٤٠ °

∴ ق(ىَ̂) = ٥٤٠ – (١١٠ + ٧٠ + ١٢٠ + ١٥٠)

= ٥٤٠ – ٤٥٠ = ٩٠ °

مثال ٥ في الشكل المقابل

٢ ب حـ ى هـ شكل

خماسي فيه

ق(∠ ٢) = ق(∠ ى) = س °

ق(بَ̂) = ق(حـَ̂) = ق(∠هـ) = ٢ س°

أوجد مع البرهان قيمة س

الحل

∵ ٢ ب حـ ى هـ شكل خماسي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة

= (٥ – ٢) × ١٨٠ = ٣ × ١٨٠ = ٥٤٠ °

∴ س + ٢ س + ٢ س + س + ٢ س = ٥٤٠

٨ س = ٥٤٠ ⟸ س = ٥٤٠ / ٨ = ٣٠َ ٦٧°

مثال ٦ إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لشكل رباعي هي ٢ : ٢ : ٣ : ٥ أوجد أكبر قياسات زواياه وكذلك أصغر زاوية

الحل

∵ ﺃ ب ﺣ ﺩ شكل رباعي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = ٣٦٠°

الزاوية الكبرى = ٥ × $\frac{٣٦٠}{٢+٢+٣+٥}$ = ٥ × $\frac{٣٦٠}{١٢}$ = ١٥٠°

الصغرى = ٢ × $\frac{٣٦٠}{٢+٢+٣+٥}$ = ٢ × $\frac{٣٦٠}{١٢}$ = ٦٠°

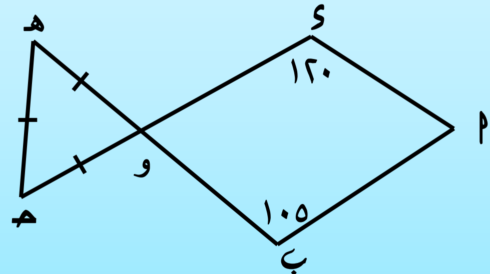
تدريبات

(١) فى الشكل المقابل

ﺩ ﺣ ∩ ب ﻫ = { و } ، Δ و ﺣ ﻫ متساوي الاضلاع

ق(∠ ﺩ) = ١٢٠° ، ق(∠ب) = ١٠٥°

أوجد بالبرهان ق(∠ ﺃ)



....

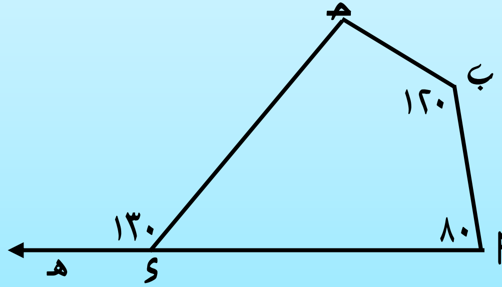
(٢) فى الشكل المقابل

ﺃ ب ﺣ ﺩ شكل رباعي ، ﻫ ∈ ﺃ ﺩ ،

ق(∠ ﺃ) = ٨٠° ، ق(∠ب) = ١٢٠° ،

ق(∠ﺣ ﺩ ﻫ) = ١٣٠°

أوجد بالبرهان : ق(∠ ﺣ)



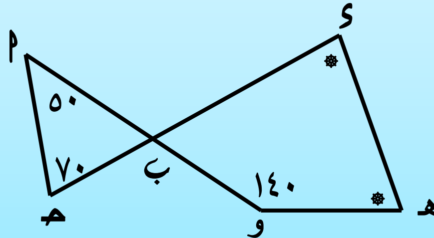
....

(٣) فى الشكل المقابل

ﺩ ﺣ ∩ و ﺃ = {ب} ، ق(∠ ﺃ) = ٥٠°

ق(∠ ﺣ) = ١٤٠° ، ق(∠ و) = ١٠٥°

ق(∠ ﻫ) = ق(∠ ﺩ) أوجد بالبرهان ق(∠ ﺩ)



....

(٤) إذا كان ﺃ ب ﺟ ء شكل رباعي وكانت

ق(∠ﺃ) : ق(∠ب) : ق(∠ﺟ) : ق(∠ء) = ١ : ٢ : ٣ : ٣

أوجد قياس ∠ﺃ ، ∠ﺟ

....

....

....

....

....

....

(٥) مضلع محدب منتظم إحدي زواياه الداخلة = ١٠٨°

أوجد ما يأتى :

(١) عدد أضلاع المضلع

(٢) عدد أقطاره

(٣) محيط المضلع إذا كان أحد أضلاعه = ٥ سم

....

....

....

....

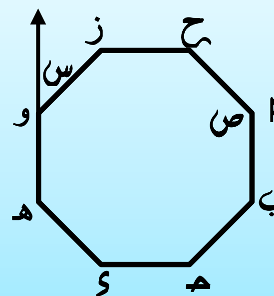
....

....

(٦) فى الشكل المقابل

مضلع ثماني منتظم

أوجد قيمة المجهول فيما يأتى



....

....

....

....

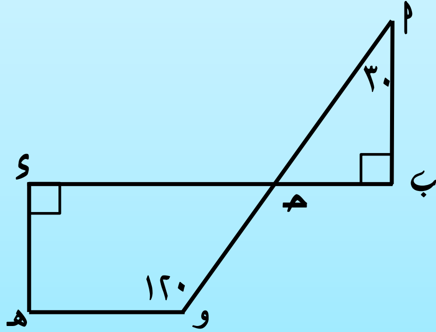
(٧) فى الشكل المقابل

ء ب ∩ ﺃ و = {ﺟ} ،

ﺃ ب ، ﻫ ء عموديان على ب ء

ق(∠و) = ١٢٠° ، ق(∠ﺃ) = ٣٠°

أوجد بالبرهان ق(∠ ﻫ)



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....